Chapitre 1 Les suites numériques

Avant de commencer

1 Réponses A et D.
$u_2 = 3 \times 4 + 5 \times 2 - 8 = 14$;
$u_6 = 3 \times 36 + 5 \times 6 - 8 = 130$.

2 Réponses B et D.
$u_0 = 3 \times 1$;
$u_2 = 3 \times 16 = 48$.

3 Réponses B et C.

$$u_1 = \frac{2 \times 2 - 1}{2 + 2} = \frac{3}{4} \ ;$$

$$u_2 = \frac{2 \times \frac{3}{4} - 1}{\frac{3}{4} + 2} = \frac{2}{11}$$

$$\text{d'où : } u_3 = \frac{2 \times \frac{2}{11} - 1}{\frac{2}{11} + 2} = -\frac{7}{24}.$$

4 Réponse A.
$u_{n+1} - u_n = 6(n+1) - 1 - (6n - 1) = 6$ donc (u_n) est une suite arithmétique de raison 6 et de premier terme $u_0 = -1$.

5 Réponse C.
$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3$ donc (u_n) suite géométrique de raison 3 et de premier terme $u_0 = \frac{1}{5}$.

6 Réponse D.
Augmenter une quantité de 20 % revient à la multiplier par $1 + \frac{20}{100}$ c'est-à-dire par 1,2.

7 Réponse B.
Augmenter une quantité de 20 % puis de 15 % revient à la multiplier par $1{,}2 \times 1{,}15$, soit par 1,38. Cela représente une augmentation de 38 %.

8 **a.** $u_0 = 0$; $u_1 = 5$; $u_2 = 12$; $u_3 = 21$; $u_4 = 32$.
b. $u_0 = \frac{3}{8}$; $u_1 = \frac{4}{9}$; $u_2 = \frac{1}{2}$; $u_3 = \frac{6}{11}$; $u_4 = \frac{7}{12}$.
c. $u_0 = 5$; $u_1 = 8$; $u_2 = 11$; $u_3 = 14$; $u_4 = 17$.
d $u_0 = 2$; $u_1 = 6$; $u_2 = 18$; $u_3 = 54$; $u_4 = 162$.
e. $u_0 = -2$; $u_1 = -1$; $u_2 = 1$; $u_3 = 4$; $u_4 = 8$.

9 **a.** $u_1 = 10$; $u_2 = 14$; $u_3 = 18$; $u_4 = 22$; $u_5 = 26$.

10 **a.** $u_{n+1} - u_n = -2$. (u_n) est décroissante.
b. $u_{n+1} - u_n = 4$. (u_n) est croissante.
c. $u_{n+1} - u_n = 2n + 1$. (u_n) est croissante.
d. $u_{n+1} - u_n = 2 \times 3^n$. (u_n) est croissante.

11 Si $A = 2$ et $N = 5$ alors on obtient $A = 219$.
Si $A = -2$ et $N = 6$, alors on obtient $A = 187$.

Pour faire le point

93 Réponse C.
La suite (u_n) est géométrique de raison 1,07 car :

$$u_{n+1} = u_n + 0{,}07u_n = 1{,}07u_n.$$

94 Réponse A.
Un placement à intérêts composés au taux de 2 % est modélisé par une suite géométrique de raison 1,02 car le capital est multiplié par :

$$1 + \frac{2}{100} = 1{,}02.$$

95 Réponses B et C.
$S = 1 + 5 + 5^2 + \ldots + 5^7$, S est la somme des huit premiers termes de la suite géométrique de raison 5 et premier terme 1 et :

$$S = \frac{1 - 5^8}{1 - 5} = 97\,656.$$

96 Réponse D.
La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 6 \times \left(\frac{5}{6}\right)^n$ a pour limite 0 car $\frac{5}{6}$ est compris entre 0 et 1.

97 Réponse B.
La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 6 \times \left(\frac{6}{5}\right)^n$ a pour limite $+\infty$ car $\frac{6}{5} > 1$ et $6 > 0$.

98 Réponse B.
La suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3 + \left(\frac{7}{13}\right)^n$ admet 3 pour limite, car $\left(\frac{7}{13}\right)^n$ a pour limite 0 lorsque n tend vers $+\infty$ puisque $\frac{7}{13}$ est compris entre 0 et 1.

99 Réponse C.
On peut utiliser la fonction **table** de la calculatrice : $y = 2 \times \left(\frac{3}{8}\right)^x$, x variant de 0 à 30 avec un pas de 1. On obtient $2 \times \left(\frac{3}{8}\right)^{24} \approx 1{,}196 \ldots \times 10^{-10}$ et $2 \times \left(\frac{3}{8}\right)^{25} \approx 4{,}485 \ldots \times 10^{-11}$ donc le plus entier naturel n_0 tel que si $n > n_0$ alors $2 \times \left(\frac{3}{8}\right)^n < 10^{-10}$ est 25.

100 Réponses B et C.
$v_0 = u_0 - 1{,}5$ donc $v_0 = 0{,}5$. Pour calculer v_1, on doit commencer par déterminer u_1.
On a : $u_1 = 5u_0 - 6$ donc $u_1 = 5 \times 2 - 6 = 4$ d'où $v_1 = u_1 - 1{,}5 = 2{,}5$.

101 Réponse C.
$v_{n+1} = u_{n+1} - 1{,}5$ donc $v_{n+1} = (5u_n - 6) - 1{,}5$.
D'où $v_{n+1} = 5u_n - 7{,}5 = 5 \times (u_n - 1{,}5)$, c'est-à-dire $v_{n+1} = 5v_n$.
La suite est donc une suite géométrique de raison 5.

102 Réponse A.
$a_{n+1} = 0{,}8a_n + 60$ car si le taux de réabonnement est de 80 %, cela signifie que 0,8 des abonnés prolongent leur abonnement ; il y a d'autre part 60 nouveaux abonnés.