Chapitre 2 – Les fonctions numériques

Réactiver les savoirs, page 32

Calculer une image ou un antécédent par une fonction

1. **Réponse B.** La difficulté vient du -2 devant le x^2 ou de la priorité des différentes opérations.

2. **Réponse C.** Quand une formule est donnée avec une variable x, le calcul est-il possible ?
   La réponse A renvoie à la question « $x + 2$ peut-il s'annuler ? ».
   La réponse B renvoie à la question de l'inverse et prouve qu'un début d'analyse en ce sens est effectuée.
   La réponse D renvoie à la confusion image - antécédent.
3. **Réponses A et B.** Les points de la courbe de coordonnées (x ; y) doivent vérifier $y = f(x)$.
   Intervertir les coordonnées de A donne le point C, cela permet d'alerter sur la signification de l'abscisse et de l'ordonnée.
   D procède d'une erreur de signe dans le calcul de $f(-2)$ ce qui vient en écho au point B.

Utiliser la représentation graphique d'une fonction

4. Avant de formaliser, l'idée de cet exercice est de savoir décrire (ce qui est souvent demandé).
   La fonction f est décroissante sur l'intervalle [-3 ; -1], elle est croissante sur l'intervalle [-1 ; 1], elle est à nouveau décroissante sur [1 ; 3] enfin elle est croissante sur l'intervalle [3 ; 5].
   Il faudra faire attention à ne pas trop s'appuyer sur la courbe : par exemple dire « la fonction monte ». Il faut aussi bien énoncer les variations sur chaque intervalle pris séparément (ce que donne la définition : on ne dira pas f est décroissante sur [-3 ; -1] et sur [1 ; 3]).

5. L'image de 4 est 2. C'est à rapprocher de la question suivante.

6. Les antécédents de 2 sont -2, 1 et 4.
   Le vocabulaire image et antécédent est essentiel dans l'étude des fonctions numériques.
   L'image revient à un type de tâche qui est : « calculer », les antécédents renvoient à celle de « résoudre l'équation ».

7. On a $f(1) > f(2)$ car $f(1) = 2$ et $f(2) = 1$. La tâche ici est « comparer deux nombres ». Si on a les valeurs numériques des images, cela ne pose pas de problème particulier. Mais sans connaitre ces valeurs numériques, on peut regarder leur position relative sur l'axe des ordonnées.

8. Sur l'intervalle [-1 ; 3], le maximum est 2.
   Il faut remarquer que l'intervalle sur lequel on recherche le maximum est important dans la détermination de la réponse.

9. L'expression est $g(x) = \frac{-1}{2}x + 1$ C'est une tâche qu'il faut exécuter de façon très efficace.
   Savoir que g(x) = ax + b est la première étape, ensuite il y a au moins deux informations à recueillir sur le graphique quand cela est possible : l'ordonnée à l'origine : 1, la pente : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{2}$, *les coordonnées de points de la droite ici (-2 ; 2) ou (4 ; -1).*

10. Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont -1 et 3.

11. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq 2$ est l'intervalle [-1 ; 4]. Cela revient à lire sur le graphique l'abscisse des points de la courbe représentative de la fonction f qui ont une ordonnée inférieure ou égale à 2.

Utiliser les fonctions de référence

12. **Faux**. Un contre-exemple avec x= 0 montre que $2 \leq 0 \leq 3$ et $g(0) = 0$ n'est pas dans l'intervalle [4 ; 9].
Répondre « vrai » c'est oublier que la fonction peut être croissante sur une partie de l'intervalle [-2 ; 3] et croissante sur une autre partie. Pour trouver un encadrement, il ne faut pas toujours utiliser les extrémités de l'intervalle.

13. **Faux.** On a -5 < -2 , $\frac{1}{-5} = -0{,}2$ et $\frac{1}{-2} = -0{,}5$ On déduit donc que $f(-5) > f(-2)$.

14. **Vrai.** C'est une fonction affine de la forme $f(x) = ax + b$ avec $a = \frac{-1}{2}$ et b=$\frac{1}{2}$
Il faut s'assurer que l'écriture est conforme au modèle avant d'apporter une réponse.

15. **Faux**. On vérifie que f(0) = 0, f(1)=-1 et f(2) = 0. On a 0 < 1 et $f(0) > f(-1)$ d'une part et d'autre part on a 1 < 2 avec $f(1)<f(2)$. Ceci montre que la fonction n'est pas croissante sur$[0\,.+\infty[$.
En fait elle est croissante sur l'intervalle $[1\,;\,+\infty[$.

Faire le point, page 48

Étudier graphiquement une fonction

1. **Réponses A, B et C.** $f(1{,}5) = f(0{,}5) = 3$ et B car il y a trois points de la courbe qui ont une ordonnée valant 3 (remarque : la troisième solution est -1,5).

2. **Réponse D.** On regarde les abscisses de tous les points de la courbe qui ont une ordonnée positive ou nulle.

3. **Réponses A et D.** La fonction est croissante sur l'intervalle [-1 ; -0,5]. À l'aide du graphique, on vérifie que $-1 < f(-1)$ et $f(-0{,}5) = 0 < 3$.

Utiliser les fonctions de référence

4. **Réponses C et D.** Attention à ne pas confondre les propriétés de la fonction carré avec la fonction cube. Cela disqualifie la réponse A (le cube d'un nombre négatif est un nombre négatif) et B puisque la solution est -1. La réponse C est vraie car la fonction cube est croissante et la réponse D est vraie car $(-2)^3 = -8$.

5. **Réponses B et C.**

A et D sont fausses car f est définie et croissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

B est vraie car $\sqrt{x} \geq 0$, D est vraie car f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ et $\sqrt{5} \leq 3$.

6. **Réponses A, B et C.** A et B sont vraies car la fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$ donc sur l'intervalle [0 ; 2], C est vraie car si $-2 \leq x$ alors $-8 \leq x^3$.

Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation

7. **Réponses A et C.** A est vraie car les courbes se coupent en trois points, la réponse D est donc fausse. B est fausse : les solutions sont les abscisses des points d'intersection. A priori, on a donné ici les ordonnées. C est vraie car ici ce sont bien les abscisses des points d'intersection.

8. **Réponses A et B.** A et B sont vraies car pour les abscisses correspondantes les points de $\mathscr{C}$ sont au-dessous de $\mathcal{D}$. C et D sont fausses car prises seules, elles ne donnent pas toutes les solutions.

9. **Réponses A et C.** Les notions de « au-dessus » et « au-dessous » sont liées aux intervalles. Les réponses B et D sont fausses. Seules A et C sont vraies.