Chapitre 10 - Échantillonnage

Réactiver les savoirs, page 238

Déterminer un intervalle de fluctuation

Voir manuel page 287.

Reconnaître la loi binomiale

6. a) Faux. En effet, les tirages se déroulent sans remise, il n'y a donc pas indépendance des tirages.
b) Vrai. Même raison que précédemment.

7. a) Faux. X suit bien une loi binomiale, car l'expérience qui consiste à tirer un mouchoir et à examiner s'il est rouge se répète cinq fois de façon identique et indépendante (car les tirages se déroulent avec remise).
b) Vrai. Y suit une loi binomiale car l'expérience qui consiste à tirer un mouchoir et à examiner s'il est jaune se répète cinq fois de façon identique et indépendante (car les tirages se déroulent avec remise) : ses paramètres sont $n = 5$ (car il y a 5 tirages) et $p = 0{,}3$ (car la probabilité de tirer un mouchoir jaune est $\frac{15}{50} = 0{,}3$).

Calculer avec la loi binomiale

8. Réponse D. La calculatrice permet d'obtenir : $P(X \leq 30) \approx 0{,}941$.

9. Réponse C. $P(22 \leq X \leq 29) = P(X \leq 29) - P(X \leq 21) \approx 0{,}634$, en utilisant la calculatrice.

10. Réponses B, C, D. À l'aide de la calculatrice, on forme le tableau des valeurs $P(X \leq k)$.
On obtient : $P(X \leq 15) \approx 0{,}016$ et $P(X \leq 16) \approx 0{,}030$.
La plus petite valeur de k telle que $P(X \leq k) \geq 0{,}025$ est donc 16.
Les valeurs 17 et 20 conviennent aussi, car les valeurs $P(X \leq k)$ sont croissantes avec les valeurs de k.

11. Réponses B, D. L'événement « $X \geq b$ » a pour événement contraire « $X < b$ ».
Ainsi, $P(X \geq b) \geq 0{,}025$ équivaut à $1 - P(X < b) \geq 0{,}025$, soit $P(X < b) \leq 0{,}975$: ceci prouve que l'affirmation D est vraie, et aussi que l'affirmation A est fausse.
Puisque X ne prend que des valeurs entières, on a : $P(X < b) = P(X \leq b - 1)$.
Ainsi, $P(X \geq \mathrm{b}) \geq 0{,}025$ équivaut à $P(X \leq b - 1) \leq 0{,}975$: l'affirmation B est vraie.
Enfin, $P(X \leq b) = P(X < b) + P(X = b)$
$P(X < b) \leq 0{,}975$ équivaut à $P(X \leq b) \leq 0{,}975 - P(X = b)$, et l'équivalence avec $P(X \leq b) < 0{,}975$ n'est pas réalisée.

Faire le point, page 252

Calculer avec la loi binomiale

1. Réponse D. À l'aide de la calculatrice, on forme le tableau des valeurs $P(X \leq k)$.
On obtient : $P(X \leq 26) \approx 0{,}0155$ et $P(X \leq 27) \approx 0{,}02705$.
La plus petite valeur de k telle que $P(X \leq k)$ dépasse 0,025 est donc 27.

2. Réponse B. On utilise encore le tableau des valeurs $P(X \leq k)$.
On obtient : $P(X \leq 44) \approx 0{,}97165$ et $P(X \leq 45) \approx 0{,}9834$.
La plus petite valeur de k telle que $P(X \leq k)$ dépasse 0,075 est donc 45.

3. Réponse C. On utilise toujours le tableau des valeurs $P(X \leq k)$.
On obtient : $P(X \leq 24) \approx 0{,}00436$ et $P(X \leq 25) \approx 0{,}00844$.
La plus petite valeur de k telle que $P(X \leq k)$ dépasse 0,005 est donc 25.

Déterminer un intervalle de fluctuation

4. Réponse B. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 50 jeunes du club, associe le nombre de filles : X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = \frac{183}{300} = 0{,}61$.
Le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0{,}025$ est : $a = 24$.
Le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0{,}025$ est : $b = 37$.
Un intervalle de fluctuation au seuil de 95% de la fréquence des filles dans les échantillons de taille 50 est : $\left[\frac{24}{50}, \frac{37}{50}\right]$, soit [0,48 ; 0,74].

5. Réponse C. Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 40 jeunes du club, associe le nombre de garçons : Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 40$ et $p = \frac{117}{300} = 0{,}39$.
Le plus petit entier a tel que $P(Y \leq a) > 0{,}005$ est : $a = 8$.
Le plus petit entier b tel que $P(Y \leq b) \geq 0{,}995$ est : $b = 24$.
Un intervalle de fluctuation au seuil de 99% de la fréquence des garçons dans les échantillons de taille 40 est : $\left[\frac{8}{40}, \frac{24}{40}\right]$, soit [0,2 ; 0,6].

Prendre une décision à partir d'un échantillon

6. Réponse D. La fréquence des Français qui possèdent un compte Facebook dans l'échantillon est :

$f = \frac{129}{200} = 0{,}645$.

Puisque f n'appartient pas à l'intervalle [0,655 ; 0,780], on rejette l'hypothèse (H) au seuil de 95%.
La fréquence des Français qui possèdent un compte Twitter dans l'échantillon est : $f' = \frac{46}{200} = 0{,}23$.
Puisque f' appartient à l'intervalle [0,130 ; 0,235], on accepte l'hypothèse (H') au seuil de 95%.
Ainsi, on rejette (H) et on accepte (H').
