Chapitre 1 – Le second degré

Réactiver les savoirs, p. 8

Résoudre des équations ou des inéquations

QCM :

1. Réponse C :
$2x^2 - 8x = 0$ équivaut à $2x \times x - 2x \times 4 = 0$, ce qui équivaut à $2x\,(x-4) = 0$, ce qui équivaut à $2x = 0$ ou $x - 4 = 0$, ce qui équivaut à $x = 0$ ou $x = 4$.

2. Réponse B :
$(x-5)^2 = 16$ équivaut à $(x-5)^2 - 16 = 0$, ce qui équivaut à $(x-5)^2 - 4^2 = 0$, ce qui équivaut à $(x-5-4)(x-5+4) = 0$, ce qui équivaut à $(x-9)(x-1) = 0$, ce qui équivaut à $x - 9 = 0$ ou $x - 1 = 0$, ce qui équivaut à $x = 9$ ou $x = 1$.

3. Réponse A :
$x^2 \leq 4$ équivaut à $x^2 - 4 \leq 0$, ce qui équivaut à $x^2 - 2^2 \leq 0$, ce qui équivaut à $(x-2)(x+2) \leq 0$.
Or $(x-2)(x+2)$ s'annule en $x = -2$ et en $x = 2$.
On dresse un tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-2)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

La lecture du tableau donne S = $[-2\,;2]$.

4. Réponse C :
$(x+6)(2-x)$ s'annule en $x = -6$ et en $x = 2$.
On dresse un tableau de signes :

x	$-\infty$		-6		2		$+\infty$
$x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
$2-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$(x+6)(2-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

La lecture du tableau donne S = $]-\infty\,;-6] \cup [2\,;+\infty[$.

Utiliser des propriétés algébriques

Exercices :

5. $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2 = x^2 + 2 \times x \times \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = x^2 + 3x + \frac{9}{4}$.

6. $\left(x+\frac{7}{2}\right)^2 = x^2 + 2 \times x \times \frac{7}{2} + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = x^2 + 7\,x + \frac{49}{4}$.

7. $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ donc $x^2 + 4x + 5 = x^2 + 4x + 4 + 1 = (x+2)^2 + 1$.

8. $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$ donc $x^2 + 8x - 5 = x^2 + 8x + 16 - 21 = (x+4)^2 - 21$.

9. $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$.
10. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - 5 = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2 = (x+\frac{1}{2} - \sqrt{5})(x - \frac{1}{2} + \sqrt{5})$

Déterminer les variations d'une fonction polynôme du second degré

Vrai ou faux ?

11. Faux : le coefficient de x^2 est égal à -1, qui est strictement négatif. Donc les variations sont opposées à celles proposées.

12. Vrai : le coefficient de x^2 est égal à 3, qui est strictement positif. Donc *f* est d'abord décroissante et ensuite croissante : elle admet donc un minimum.

13. Faux : le coefficient de x^2 est égal à -2, qui est strictement négatif. Donc les variations sont opposées à celles proposées. (On a bien $f(2) = 3$).

Pour faire le point, p. 26

Résoudre une équation du second degré

1. Réponse A :
Le discriminant Δ vaut $(-11)^2 - 4 \times 8 \times 3 = 25$. Donc $\Delta > 0$. Donc l'équation a deux solutions.

2. Réponses D :
Le discriminant Δ vaut $b^2 - 4 \times (-1) \times 7 = b^2 + 28$. Pour tout b, on a $b^2 + 28 > 0$. Donc, pour tout b, l'équation a deux solutions.

Factoriser un polynôme du second degré

3. Réponse D :
$5x^2 - 15x - 20 = 0$ équivaut à $x = -1$ ou $x = 4$.
Donc $5x^2 - 15x - 20 = 5\big(x - (-1)\big)(x - 4) = 5(x + 1)(x - 4)$.

4. Réponses B, C et D :
$-3x^2 + 7x + 40 = 0$ équivaut à $x = -\frac{8}{3}$ ou $x = 5$.
Donc $-3x^2 + 7x + 40 = -3\left(x - \left(-\frac{8}{3}\right)\right)(x - 5) = -3\left(x + \frac{8}{3}\right)(x - 5)$.
De plus, $-3\left(x + \frac{8}{3}\right)(x - 5) = (-3x - 8)(x - 5)$ et $-3\left(x + \frac{8}{3}\right)(x - 5) = (x + \frac{8}{3})(-3x + 15)$.

Résoudre des inéquations du second degré

5. Réponse B :
$3x^2 + 5x + 2 = 0$ équivaut à $x = -1$ ou $x = -\frac{2}{3}$.
De plus, le coefficient de x^2 est égal à 3, qui est strictement positif. Donc $3x^2 + 5x + 2$ est strictement positif à l'extérieur de l'intervalle de ses racines.
Donc S = $]-\infty\,; -1] \cup [-\frac{2}{3}\,; +\infty[$.

6. Réponse D :
$x^2 - 5x - 36 = 0$ équivaut à $x = -4$ ou $x = 9$.
De plus, le coefficient de x^2 est égal à 1, qui est strictement positif. Donc $x^2 - 5x - 36$ est strictement négatif à l'intérieur de l'intervalle de ses racines.
Donc S = $]-\infty\,; -1] \cup [-\frac{2}{3}\,; +\infty[$.

Étudier une fonction polynôme du second degré

7. Réponses A et D :
Le discriminant Δ vaut $7^2 - 4 \times 4 \times (-36) = 625$. Donc $\Delta > 0$. Donc l'équation $4\,x^2 + 7\,x - 36 = 0$ a deux solutions. Donc la parabole coupe l'axe des abscisses en deux points distincts.
De plus, la parabole coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0\,; -36)$.

8. Réponse C :
Le coefficient de x^2 est égal à -1, qui est strictement négatif. Donc f est d'abord croissante et ensuite décroissante : elle admet donc un maximum. Ce maximum est atteint en $x = -\frac{5}{2 \times (-1)} = 2{,}5$ et vaut $f(2{,}5) = 2{,}25$.

9. Réponses A et B :
Le coefficient de x^2 est égal à 1, qui est strictement positif. Donc *f* est d'abord décroissante et ensuite croissante.
Or $= -\frac{-2}{2 \times 1} = 1$. Donc f est croissante sur [1 ; + ∞[.
Par conséquent (comme [4 ; + ∞[est inclus dans [1 ; + ∞[), f est croissante sur [4 ; + ∞[.