Chapitre 12 – Loi binomiale

Réactiver les savoirs, p. 294

Utiliser une variable aléatoire

QCM :

1. Réponses A et B.
Etant donné que les valeurs prises par X sont 0,1, 2 et 3, l'événement « $X \leq 2$ » est l'événement contraire de l'événement « $X = 3$ » donc P($X \leq 2$)=1 - P($X = 3$) : la réponse A est vraie ainsi que la réponse B car 1 - 0,3 = 0,7.

2. Réponses B et D.
P($X \geq 2$) = P($X = 2$) + P($X = 3$) = 0,65 donc la réponse B est vraie. L'événement « $X \leq 1$ » est l'événement contraire de l'événement « $X \geq 2$ » donc P($X \geq 2$) = 1 - P($X \leq 1$), donc la réponse D est vraie.

3. Réponse C.
$E(X) = 0 \times 0{,}15 + 1 \times 0{,}2 + 2 \times 0{,}35 + 3 \times 0{,}3 = 1{,}8$, donc la réponse C est vraie.

4. Réponse A.
$V(X) = (0 - 1{,}8)^2 \times 0{,}15 + (1 - 1{,}8)^2 \times 0{,}2 + (2 - 1{,}8)^2 \times 0{,}35 + (3 - 1{,}8)^2 \times 0{,}3 = 1{,}06$

Utiliser un arbre pondéré

Vrai ou faux ?

5. Faux
« A se réalise trois fois » correspond à la liste de résultats AAA, donc la probabilité que A se réalise trois fois est égale à P(A) × P(A) × P(A) , c'est-à-dire P(A)^3 et non 3 × P(A).
6. Vrai .
L'événement « A se réalise exactement une fois au cours des trois répétitions » est formé des trois listes de résultats : ABB, BAB et BBA.
7. Vrai. L'événement « A se réalise au moins une fois au cours des trois répétitions » est l'événement contraire de l'événement « A ne se réalise aucune fois lors des trois répétitions », donc sa probabilité est égale à $1 - 0{,}8^3 = 0{,}488$.

Utiliser sa calculatrice

Exercice :

8. La proportion de filles dans cette classe est égale à $\frac{18}{30}$, c'est-à-dire 0,6.

On fait afficher de façon aléatoire 1 à la calculatrice si l'individu est une fille et 0 sinon.
Pour une calculatrice Casio , on saisit **Int(Ran# +0.6)** ; pour une calculatrice Texas ; on saisit **ent(NbrAléat+0.6)** .

9. Puisque la fonction *f* est définie par $f(X) = 7X^3$, on entre dans l'éditeur d'équations l'expression $7 \times X^3$; on règle ensuite les paramètres de la table en utilisant l'instruction **SET** pour Casio et **déf table** pour Texas. On obtient la table de valeurs suivante :

X	Y1
0	0
1	7
2	56
3	189
4	448
5	875

(Voir manuel, p. 371 pour Casio et p. 373 pour Texas.)

10. On saisit les valeurs dans une liste (List 1 pour Casio et L1 pour Texas) et les effectifs dans une autre liste (List 2 pour Casio et L2 pour Texas). On fait alors afficher la moyenne (voir manuel, p. 250) : on trouve que le gain moyen est égal à 3,28 euros et l'écart-type est environ égal à 1,59 euro.

Pour faire le point, p. 314

Reconnaître une loi binomiale.

1. Réponse C. On répète cinq fois de suite la même épreuve de façon identique et indépendante, puisqu'on remet chaque fois la boule tirée dans l'urne. Cette épreuve que l'on répète est une épreuve de Bernoulli, puisqu'on peut obtenir une boule rouge ou une boule noire. La variable aléatoire X qui associe à chaque tirage de cinq boules le nombre de boules rouges tirées suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{18}{30} = 0{,}6$.

2. Réponse B. Les tirages sont successifs sans remise, donc il n'y a pas indépendance entre les épreuves : X ne suit pas une loi binomiale.

Utiliser la calculatrice.

3. Réponses C et D.

D'après la calculatrice, $\binom{20}{5}$ est égal à 15 504**.**

On sait que $\binom{20}{5} = \binom{20}{15}$, donc la réponse D est également vraie.

4. Réponses A et D.
D'après la calculatrice, P $(X = 5) \approx 0{,}103$ donc la réponse A est vraie.
$P(2 \leq X \leq 7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 1) \approx 0{,}849$ donc la réponse D est vraie**.**

Exploiter une loi binomiale

5. Réponse B.
D'après la calculatrice, $P(X = 2) \approx 0{,}051$ donc la réponse B est vraie.

6. Réponse C.
Puisque X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0{,}8$, on a :
$E(X) = n \times p = 5 \times 0{,}8 = 4$.

7. On sait que $n = 5$, donc les valeurs prises par X sont égales à 0,1, 2, 3, 4 et 5 ; la représentation donnée en A ne peut donc pas convenir.
Les représentations données en B et C correspondent en B à une valeur de $p = 0{,}5$ et en C à une valeur de p inférieure à 0,5. La seule représentation graphique correspondant à cette variable X suivant la loi binomiale de paramètres n = 5 et $p = 0{,}8$ est celle donnée en réponse D. On peut le vérifier en construisan , à l'aide du tableur ou de la calculatrice, la représentation graphique de la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0{,}8$.