Chapitre 7 – Trigonométrie

Réactiver les savoirs, p. 166

Enrouler la droite des réels sur le cercle trigonométrique

Vrai ou faux ?

1. Faux : il s'agit en réalité du point F.

2. Vrai : la longueur du petit arc IM est dans l'intervalle $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

3. Faux : ce sont les réels de la forme $n + k \times 2n$, $k \in$ Z.

4. Vrai : le demi-cercle ID peut être parcouru dans les deux sens et a une longueur qui vaut π.

Se repérer sur le cercle trigonométrique

QCM :

5. Réponse B : la longueur de l'arc vaut $\frac{3}{8} \times 2\pi - \frac{3\pi}{4}$.

6. Réponse B : $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 0{,}91$. De plus, le point M étant au-dessus de l'axe des abscisses, son sinus est positif.

7. Réponse C : deux nombres opposés sont symétriques par rapport au point I sur la droite D, perpendiculaire à l'axe des abscisses : les points images sont donc symétriques par rapport à cet axe.

Utiliser le cosinus et le sinus d'un nombre réel

Exercices :

Voir manuel, p. 378.

Faire le point, p. 184

Travailler avec des mesures d'angles orientés

1. Réponses A et B : en effet, le triangle ABC est isocèle en C, donc les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CAB}$ valent tous deux 60°, et finalement le triangle est équilatéral. De plus l,es angles $(\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC})$ et $(\overrightarrow{CB}\,;\,\overrightarrow{CA})$ sont orientés dans le sens opposé à $(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC})$.

2. Réponses A et D : les mesures π et $-\pi$ correspondent aux situations où A est entre B et C.

3. Réponse A : $-\frac{39\pi}{5} = -\frac{40\pi}{5} + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{5} - 8\pi$.

4. Réponse A : $\frac{11\pi}{3} = \frac{12\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 4\pi$ et la mesure principale de cet angle vaut donc $-\frac{\pi}{3}$. L'angle géométrique correspondant mesure donc 60° (il n'y a pas de mesure d'angle négative en degrés !).

Utiliser les formules des angles associés

5. Réponse B : $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.

6. Réponse B : $\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{7}\right) = \sin\left(\frac{11\pi}{14}\right)$. On peut vérifier à l'aide de valeurs approchées à l'aide de la calculatrice que les autres propositions ne conviennent pas.

7. Réponse C :
$\cos(-x) + \sin(-x) + \cos(\pi + x) + \sin(\pi + x) = \cos(x) - \sin(x) - \cos(x) - \sin(x) = -2\sin(x)$.

Résoudre une équation trigonométrique

8. Réponses B et C : les solutions dans $\mathbb{R}$ sont de la forme $x = -\frac{\pi}{3} + k \times 2\pi$ ou $x = -\frac{2\pi}{3} + k \times 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; dans $[0\,;\,2\pi[$, $x = \frac{4\pi}{3}$ ou $x = \frac{5\pi}{3}$; dans $[-\pi\,;\,0]$, $x = -\frac{\pi}{3}$ ou $x = -\frac{2\pi}{3}$.

9. Réponses B et C : la droite d'équation $y = \frac{1}{4}$ coupe le cercle trigonométrique en deux points situés au-dessus de l'axe des abscisses, de part et d'autre de l'axe des ordonnées : il y a donc une infinité de solutions dans $\mathbb{R}$, deux dans $\left[-\frac{\pi}{2}\,;\,\pi\right]$, et une seule dans $\left[-\pi\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$.

10. Réponse B et D : la droite d'équation $x = \frac{1}{4}$ coupe le cercle trigonométrique en deux points situés à gauche de l'axe des ordonnées, de part et d'autre de l'axe des abscisses : il y a donc une infinité de solutions dans $\mathbb{R}$, deux dans $[0\,;\,2\pi]$, une seule dans $[0\,;\,\pi]$, aucune dans $\left[-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$ et une seule dans $\left[-3\pi\,;\,-\frac{5\pi}{2}\right]$ car il n'y en a qu'une dans $\left[-\pi\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$.