

Chapitre 3 – Dérivation

Réactiver les savoirs, p. 60

Déterminer le coefficient directeur d'une droite

Vrai ou faux ?

1. Faux :

La droite d'équation $y = 2x + 3$ a pour ordonnée à l'origine 3, mais son coefficient directeur est égal à 2.

2. Vrai :

Une droite parallèle à l'axe des abscisses a une équation de la forme $y = b$ (avec b un réel), et donc de la forme $y = 0x + b$: son coefficient directeur est égal à 0.

3. Faux :

La droite d'équation $y = -3$ (ou $y = 0x - 3$) a pour ordonnée à l'origine -3 . Mais son coefficient directeur est égal à 0.

4. Faux :

Le coefficient directeur de la droite (MN) est : $\frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{7 - 2}{2 - 1} = 5$.

5. Vrai :

Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles si, et seulement si, elles ont le même coefficient directeur. Donc toute droite parallèle à (EF) a pour coefficient directeur le coefficient directeur de (EF),

c'est-à-dire : $\frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{5 - (-11)}{-3 - 1} = -4$.

Tracer une droite et en déterminer une équation

Exercices :

Voir manuel, p. 375

Travailler avec des fonctions numériques

QCM :

9. Réponses A et C

$f(5) = -2 \times 5 + 3 = -7$: la réponse A est juste.

$f(-1) = -2 \times (-1) + 3 = 5$: la réponse B est fautive.

$f(5 + h) = -2(5 + h) + 3 = -10 - 2h + 3 = -7 - 2h$: la réponse C est juste.

$f(-2 + h) = -2(-2 + h) + 3 = 4 - 2h + 3 = 7 - 2h$: la réponse D est fautive.

10. Réponses B et C

$f(-1) = 2 - (-1)^2 = 1$: la réponse A est fautive.

$f(0,1) = 2 - 0,1^2 = 2 - 0,01 = 1,99$: la réponse B est juste.

$f(1+h) = 2 - (1+h)^2 = 2 - (1+2h+h^2) = 1 - 2h - h^2$: la réponse C est juste.

$f(-1+h) = 2 - (-1+h)^2 = 2 - (1-2h+h^2) = 1 + 2h - h^2$: la réponse D est fausse.

11. Réponse A

$f(x)$ est la somme de $\frac{1}{x}$ et de x : la réponse A est juste et les réponses B, C et D sont fausses.

12. Réponse A

$f(x)$ est la somme de $x\sqrt{x}$ et de 2 : la réponse A est juste et les réponses B, C et D sont fausses.

Faire le point, p. 78

Associer un nombre dérivé et la tangente

1. Réponse C

$f(-1) = 3$ donc la tangente T à C au point d'abscisse

-1 passe par le point A de coordonnées $(-1 ; 3)$. Et $f'(-1) = -4$ donc T a pour coefficient directeur -4 .

Les droites d'équations respectives $y = 3x - 1$ et $y = -x + 4$ n'ont pas pour coefficient directeur -4 : les réponses B et D sont fausses.

La droite d'équation $y = -4x + 3$ a pour coefficient directeur -4 , mais elle ne passe pas par le point A $(-1 ; 3)$ (car $-4 \times (-1) + 3 \neq 3$) : la réponse A est fausse.

La droite d'équation $y = -4x - 1$ a pour coefficient directeur -4 et passe par le point A $(-1 ; 3)$ (car $-4 \times (-1) - 1 = 3$) : la réponse C est juste.

2. Réponses A et D

La tangente à C au point d'abscisse 2 a pour équation $y = 3x + 2$.

Son coefficient directeur est donc égal à 3.

Par conséquent $f'(2) = 3$: la réponse C est fausse et la réponse D est juste.

Pour $x = 2$: $3 \times 2 + 2 = 8$. Donc le point de la tangente d'abscisse 2 a pour ordonnée 8. Ce point est le point de contact avec C donc $f(2) = 8$. La réponse A est juste et la réponse B est fausse.

Utiliser les dérivées des fonctions usuelles

3. Réponse A

$$f'(x) = 3x^2$$

$$f'(-2) = 3 \times (-2)^2 = 12 : \text{la réponse A est juste.}$$

$$f'(2) = 3 \times 2^2 = 12 : \text{la réponse B est fausse.}$$

La tangente T a pour coefficient directeur $f'(2)$, c'est-à-dire 12 : la réponse D est fausse.

T passe par le point A de coordonnées $(2 ; 2^3)$, c'est-à-dire $(2 ; 8)$.

La droite d'équation $y = 12x + 2$ a pour coefficient directeur $f'(2)$ (égal à 12), mais ne passe pas par le point A (car $12 \times 2 + 2 \neq 8$) : la réponse C est fausse.

4. Réponses B et C

$$\text{Pour } x \neq 0, f'(x) = -\frac{1}{x^2}.$$

$$f'(-2) = -\frac{1}{(-2)^2} = -\frac{1}{4} : \text{la réponse A est fausse.}$$

$$f'\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{1}{\frac{1}{9}} = -9 : \text{la réponse B est juste.}$$

La tangente T a pour coefficient directeur $f'(2)$, c'est-à-dire $-0,25$. Elle n'est donc pas parallèle à l'axe des abscisses : la réponse D est fausse.

La tangente T a pour coefficient directeur $-0,25$ et passe par le point de coordonnées $(2 ; 0,5)$.

La droite d'équation $y = -0,25x + 1$ a pour coefficient directeur $-0,25$ et passe par le point de coordonnées $(2 ; 0,5)$ (car $-0,25 \times 2 + 1 = 0,5$) : la réponse C est juste.

5. Réponses B et C

$$\text{Pour } x > 0, f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

$$f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2} : \text{la réponse A est fausse.}$$

$$f'(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6} : \text{ la réponse B est juste.}$$

La tangente T a pour coefficient directeur $f'(2)$, c'est-à-dire $\frac{1}{2\sqrt{2}}$: la réponse C est juste.

La droite qui passe par le point $A(2 ; \sqrt{2})$ de T et par l'origine du repère a pour coefficient directeur :

$$\frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Ce n'est pas le coefficient directeur de T : la réponse D est fautive.}$$

Calculer la dérivée d'une fonction

6. Réponse A.

Si $f(x) = 2(x^3 - 3x + 1)$, alors $f'(x) = 2(3x^2 - 3) = 6x^2 - 6$: la réponse A est juste et les réponses B, C et D sont fausses.

7. Réponses B et C

Si $f(x) = (3x - 5)^2$, alors

$f'(x) = 2 \times 3(3x - 5) = 6(3x - 5) = 18x - 30$: les réponses B et C sont justes et les réponses A et D sont fausses.

8. Réponse D

Si $f(x) = \frac{1}{7-x^2}$, alors $f'(x) = -\frac{-2x}{(7-x^2)^2} = \frac{2x}{(7-x^2)^2}$: la réponse D est juste et les réponses A, B et C sont fausses.

9. Réponse A

Si $f(x) = \frac{3-x}{1+5x}$, alors $f'(x) = \frac{-1(1+5x) - (3-x) \times 5}{(1+5x)^2} = \frac{-1-5x-15+5x}{(1+5x)^2} = \frac{-16}{(1+5x)^2}$: la réponse A est juste et les réponses B, C et D sont fausses.

