

Chapitre 10 Probabilités conditionnelles

Réactiver les savoirs, p. 302

Utiliser un tableau à double entrée

Vrai ou faux ?

1. Faux.

La proportion d'hommes est $\frac{80}{250}$, soit 32 %.

2. Vrai.

3. Vrai.

La proportion de salariés de catégorie C est $\frac{55}{250}$, soit $\frac{11}{50}$.

4. Faux.

La proportion de femmes salariées de catégorie B est $\frac{38}{250}$.

5. Vrai.

La proportion de salariés hommes de catégorie B est $\frac{40}{250}$, soit 16 %.

6. Faux.

Parmi les hommes, la proportion de salariés de catégorie B est $\frac{40}{80}$, soit 50 %.

Calculer des probabilités

Exercices

7. La boule étant tirée au hasard dans l'urne, on peut faire l'hypothèse d'équiprobabilité.

Il y a 7 boules qui ont un numéro pair et 15 boules dans l'urne, donc $P(A) = \frac{7}{15}$.

Il y a 6 boules qui ont un numéro à deux chiffres, donc $P(B) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$.

8. \bar{A} : « la boule tirée a un numéro impair ».

\bar{B} : « la boule tirée a un numéro à un chiffre ».

$A \cap B$: « la boule tirée a un numéro pair et à deux chiffres ».

$A \cup B$: « la boule tirée a un numéro pair ou un numéro à deux chiffres ».

9. $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$.

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 0,6$.

Il y a trois boules qui ont un numéro pair et à deux chiffres (10, 12, 14), d'où :

$$P(A \cap B) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ soit $P(A \cup B) = \frac{7}{15} + \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

Utiliser un arbre pondéré

QCM

10. Réponse B et D.

La probabilité d'obtenir deux jetons verts est $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$, soit $\frac{1}{25} = 0,04$.

11. Réponses A et D.

La probabilité d'obtenir deux jetons de même couleur est la probabilité d'obtenir deux jetons bleus ou deux jetons rouges ou deux jetons verts.

Cette probabilité vaut : $\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$, soit $\frac{19}{50} = 0,38$.

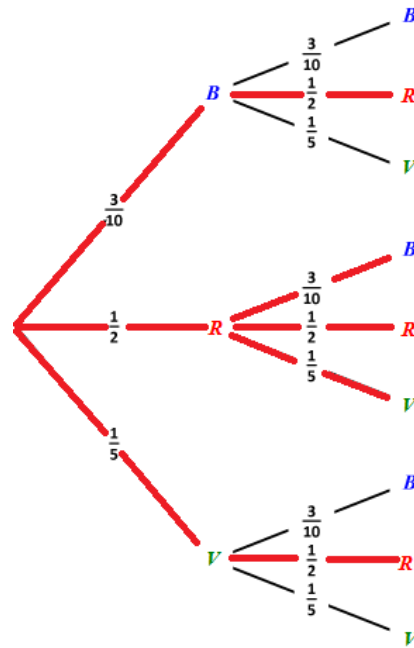
12. Réponse D.

On a colorié, sur l'arbre pondéré ci-contre, les chemins conduisant au tirage d'au moins un jeton rouge.

La probabilité correspondante est :

$$\frac{3}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$$

soit $\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0,75$.



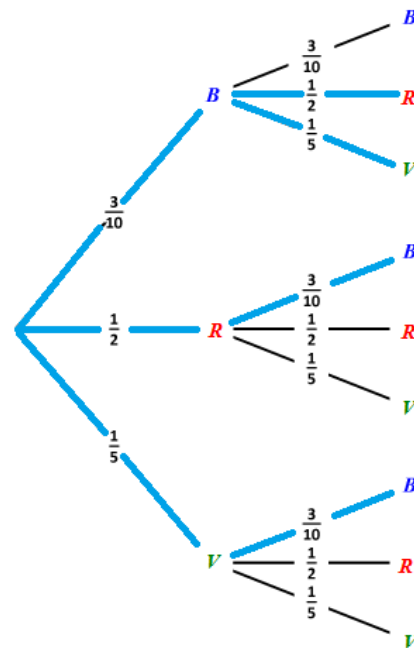
13. Réponses A et B.

On a colorié, sur l'arbre pondéré ci-contre, les chemins conduisant au tirage d'exactly un jeton bleu.

La probabilité correspondante est :

$$\frac{3}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{10} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{5} \times \frac{3}{10}$$

soit $\frac{21}{50} = 0,42$.



Faire le point, p. 320**Calculer avec des probabilités conditionnelles****1. Réponse A.**

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,30}{0,35} = \frac{6}{7}.$$

2. Réponse A.

Comme $P_B(A) + P_B(\bar{A}) = 1$:

$$P_B(\bar{A}) = 1 - P_B(A) = 1 - \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = 1 - \frac{0,30}{0,75} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

3. Réponses A et C.

On a : $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$.

Donc $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,75 - 0,30 = 0,45$.

D'autre part : $P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = P(A)$

soit : $P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B})$.

Alors :

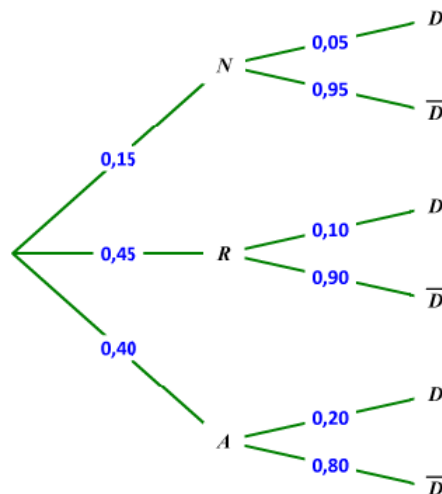
$$\begin{aligned} P(\bar{A} \cap B) &= P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(B) - (P(A) - P(A \cap \bar{B})) \\ &= 1 - P(\bar{B}) - P(A) + P(A \cap \bar{B}) \\ &= 1 - (P(\bar{B}) + P(A) - P(A \cap \bar{B})) \\ &= 1 - P(A \cup \bar{B}) \end{aligned}$$

Utiliser un arbre pondéré**4. Réponse B.**

D'après l'énoncé, on a : $P(N) = \frac{30}{200} = 0,15$, $P(R) = \frac{90}{200} = 0,45$ et $P(A) = \frac{200-30-90}{200} = \frac{80}{200} = 0,40$.

On a aussi : $P_N(D) = 0,05$, $P_R(D) = 0,10$ et $P_A(D) = 0,20$.

On obtient l'arbre pondéré :

**5. Réponse B.**

$P(R \cap \bar{D}) = 0,45 \times 0,90 = 0,405$ (voir l'arbre pondéré ci-dessus).

6. Réponse C.

$P(D) = P(N \cap D) + P(R \cap D) + P(A \cap D)$ soit :

$$P(D) = 0,15 \times 0,05 + 0,45 \times 0,10 + 0,40 \times 0,20 = 0,1325.$$

7. Réponse D.

$$P_D(A) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0,40 \times 0,20}{0,1325} = \frac{0,08}{0,1325} \approx 0,6038.$$

Utiliser des événements indépendants**8. Réponses B et D.**

A et B étant indépendants, on a $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ soit $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$.

D'autre part :

$$P(A) \times P(\overline{B}) + P(B) = P(A) \times (1 - P(B)) + P(B) = P(A) - P(A) \times P(B) + P(B) = P(A \cup B).$$

9. Réponse B.

Comme \overline{A} et B sont indépendants : $P_B(\overline{A}) = P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

10. Réponses B et C.

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0,4 = 0,6.$$

$$\text{Alors } P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,35 \times 0,6 = 0,21.$$

$$\text{D'autre part, comme A et } \overline{B} \text{ sont indépendants : } P(A \cap \overline{B}) = P(A) \times P(\overline{B}) = 0,35 \times 0,4 = 0,14.$$

11. Réponse C.

On a : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

soit $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$.

D'où : $0,65 = 0,3 + P(B) - 0,3 \times P(B)$

c'est-à-dire : $0,35 = 0,7 \times P(B)$.

On obtient : $P(B) = \frac{0,35}{0,7} = 0,5$.