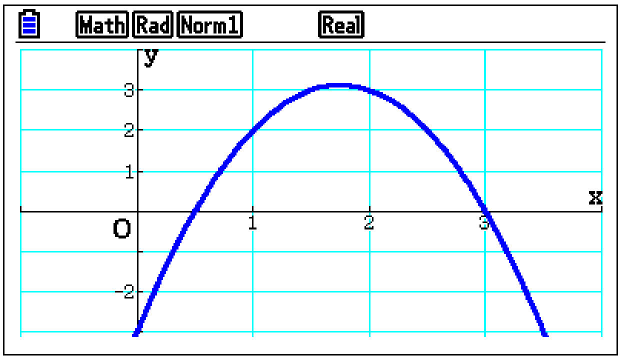
117 **a**. Représentation de la parabole $\mathcal{P}$.



b. $\mathcal{P}$ est une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$, avec $a = -2$, $b = 7$, $c = -3$.
On calcule :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{7}{2\times(-2)} = \frac{7}{4}.$$

Le sommet S de $\mathcal{P}$ a pour abscisse $\frac{7}{4}$.

Son ordonnée est : $f\left(\frac{7}{4}\right) = -2 \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 + 7\times\frac{7}{4} - 3 = -\frac{49}{8} + \frac{49}{4} - 3 = \frac{-49+98-24}{8} = \frac{25}{8}$.

Le sommet de $\mathcal{P}$ a pour coordonnées $\left(\frac{7}{4}\ ;\ \frac{25}{8}\right)$.

c. On utilise la représentation graphique et les variations de la fonction f, sachant que le maximum de f est $\frac{25}{8}$.

- Si $m > \frac{25}{8}$, l'équation $f(x) = m$ n'a pas de solution, car la droite d'équation $y = m$ ne coupe pas la parabole $\mathcal{P}$.

- Si $m = \frac{25}{8}$, l'équation $f(x) = m$ a une unique solution, car la droite d'équation $y = \frac{25}{8}$ coupe $\mathcal{P}$ en un seul point, d'abscisse $\frac{7}{4}$.
La solution est $\frac{7}{4}$.

- Si $m < \frac{25}{8}$, l'équation $f(x) = m$ a deux solutions, car la droite d'équation $y = m$ coupe $\mathcal{P}$ en deux points.