162 a. $x^2 - 2x - 63$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 1$, $b = -2$ et $c = -63$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-63) = 256$.
Le polynôme $x^2 - 2x - 63$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2)-\sqrt{256}}{2\times 1} = \frac{2-16}{2} = -7 \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2)+\sqrt{256}}{2\times 1} = \frac{2+16}{2} = 9.$$

Puisque a est positif, ce polynôme est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines –7 et 9.
On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		-7		9		$+\infty$
$x^2 - 2x - 63$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b. $-4x^2 - 31x + 8$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = -4$, $b = -31$ et $c = 8$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = (-31)^2 - 4 \times (-4) \times 8 = 1\,089$.
Le polynôme $-4x^2 - 31x + 8$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-31)-\sqrt{1089}}{2\times(-4)} = \frac{31-33}{-8} = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{31+33}{2\times(-4)} = \frac{64}{-8} = -8.$$

Puisque a est négatif, ce polynôme est négatif à l'extérieur de l'intervalle des racines –8 et $\frac{1}{4}$.
On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		-8		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$-4x^2 - 31x + 8$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c. $-10x^2 + 7x - 1$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = -10$, $b = 7$ et $c = -1$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times (-10) \times (-1) = 9$.
Le polynôme $-10x^2 + 7x - 1$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7-\sqrt{9}}{2\times(-10)} = \frac{-7-3}{-20} = \frac{1}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7+\sqrt{9}}{2\times(-10)} = \frac{-7+3}{-20} = \frac{1}{5}.$$

Puisque a est négatif, ce polynôme est négatif à l'extérieur de l'intervalle des racines $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{2}$.
On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$-10x^2 + 7x - 1$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d. $3x^2 - 7x + 26$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 3$, $b = -7$ et $c = 26$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 3 \times 26 = -263$.
Son discriminant est strictement négatif et $a > 0$, donc $3x^2 - 7x + 26 > 0$ pour tout réel x.