164 **a.** $2x^2 - 5x - 3$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 2$, $b = -5$ et $c = -3$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 49$.
Le polynôme $2x^2 - 5x - 3$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5)-\sqrt{49}}{2\times 2} = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5)+\sqrt{49}}{2\times 2} = \frac{5+7}{4} = 3.$$

Puisque a est positif, ce polynôme est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines $-\frac{1}{2}$ et 3.

On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$2x^2 - 5x - 3$		+	0	–	0	+	

L'ensemble solution de l'inéquation $2x^2 - 5x - 3 > 0$ est $]-\infty\,;-\frac{1}{2}[\,\cup\,]\,3\,;+\infty[$.

b. $2x^2 + 5x - 3$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 2$, $b = 5$ et $c = -3$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 49$.
Le polynôme $2x^2 + 5x - 3$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5-\sqrt{49}}{2\times 2} = \frac{-5-7}{4} = -3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5+\sqrt{49}}{2\times 2} = \frac{-5+7}{4} = \frac{1}{2}.$$

Puisque a est positif, ce polynôme est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines -3 et $\frac{1}{2}$.

On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x^2 + 5x - 3$		+	0	–	0	+	

L'ensemble solution de l'inéquation $2x^2 + 5x - 3 > 0$ est $]-\infty\,;-3[\,\cup\,]\,\frac{1}{2}\,;+\infty[$.

c. $-3x^2 + 15x + 42$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = -3$, $b = 15$ et $c = 42$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 15^2 - 4 \times (-3) \times 42 = 729$.
Le polynôme $-3x^2 + 15x + 42$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-15-\sqrt{729}}{2\times(-3)} = \frac{-15-27}{-6} = 7 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-15+\sqrt{729}}{2\times(-3)} = \frac{-15+27}{-6} = -2.$$

Puisque a est négatif, ce polynôme est négatif à l'extérieur de l'intervalle des racines -2 et 7.
On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		-2		7		$+\infty$
$-3x^2 + 15x + 42$		–	0	+	0	–	

L'ensemble solution de l'inéquation $-3x^2 + 15x + 42 \geq 0$ est $[-2\,;7]$.

d. $2x^2 + 2x + 11$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 2$, $b = 2$ et $c = 11$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 2 \times 11 = -84$.
Son discriminant est strictement négatif et $a > 0$, donc $2x^2 + 2x + 11 > 0$ pour tout réel x, donc l'inéquation $2x^2 + 2x + 11 < 0$ n'a pas de solution.
L'ensemble solution est l'ensemble vide.

e. $3x^2 - x + 20$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 3$, $b = -1$ et $c = 20$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 3 \times 20 = -239$.
Son discriminant est strictement négatif et $a > 0$, donc $3x^2 - x + 20 > 0$ pour tout réel x, donc l'inéquation $3x^2 - x + 20 > 0$ a pour ensemble solution $\mathbb{R}$.

f. L'inéquation $2x^2 + 7x - 7 > x + 1$ équivaut à $2x^2 + 7x - 7 - x - 1 > 0$, soit à $2x^2 + 6x - 8 > 0$.
$2x^2 + 6x - 8$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$, avec $a = 2$, $b = 6$ et $c = -8$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 2 \times (-8) = 100$.
Le polynôme $2x^2 + 6x - 8$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6-\sqrt{100}}{2\times2} = \frac{-6-10}{4} = -4 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6+\sqrt{100}}{2\times2} = \frac{-6+10}{4} = 1.$$

Puisque a est positif, ce polynôme est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines -4 et 1.
On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$2x^2 + 6x - 8$		+	0	–	0	+	

L'ensemble solution de l'inéquation $2x^2 + 6x - 8 > 0$ est $]-\infty\,;\,-4[\,\cup\,]1\,;\,+\infty[$.
Il s'agit aussi de l'ensemble solution de l'inéquation $2x^2 + 7x - 7 > x + 1$.