

83 1. (u_n) est une suite arithmétique. Sa raison r est donc égale à la différence de deux termes consécutifs. Donc $u_1 - u_0 = r$ et $r = 5 - (-2) = 7$. La suite (u_n) est définie à partir de u_0 . Donc u_{12} est le treizième terme de cette suite et on l'obtient en calculant tous les termes précédents.

$$\begin{array}{lll} u_2 = u_1 + 7 = 5 + 7 = 12 & u_6 = u_5 + 7 = 33 + 7 = 40 & u_{10} = u_9 + 7 = 61 + 7 = 68 \\ u_3 = u_2 + 7 = 12 + 7 = 19 & u_7 = u_6 + 7 = 40 + 7 = 47 & u_{11} = u_{10} + 7 = 68 + 7 = 75 \\ u_4 = u_3 + 7 = 19 + 7 = 26 & u_8 = u_7 + 7 = 47 + 7 = 54 & u_{12} = u_{11} + 7 = 75 + 7 = 82 \\ u_5 = u_4 + 7 = 26 + 7 = 33 & u_9 = u_8 + 7 = 54 + 7 = 61 & \end{array}$$

2. D'après le cours, pour tout entier naturel $n : u_n = u_0 + r \times n$. Donc $u_n = -2 + 7 \times n = 7n - 2$.

3. La raison de la suite est positive donc elle est croissante.

Chercher à partir de quel rang les termes de la suite sont supérieurs à 1 000 revient à résoudre l'inéquation $7n - 2 \geq 1\,000$. Donc $n \geq \frac{1\,002}{7}$.

Or, $\frac{1\,002}{7} \approx 143,1$ et 144 est le premier entier naturel à vérifier l'inégalité.

Les termes de (u_n) sont supérieurs à 1 000 à partir de $n = 144$.

4. De même, déterminer les valeurs de n pour lesquelles les termes de (u_n) sont compris entre 500 et 1 000 revient à résoudre la double inéquation : $500 \leq 7n - 2 \leq 1\,000$.

Donc $\frac{502}{7} \leq n \leq \frac{1\,002}{7}$. Or $\frac{502}{7} \approx 71,7$.

Donc l'entier n est compris entre 72 puisque c'est le premier entier naturel pour lequel l'inégalité est vérifiée et 143 car c'est le dernier entier naturel pour lequel elle est vérifiée.