9 a. Vrai. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = -u_n = (-1) \times u_n$.
La suite (u_n) est donc géométrique de raison –1 car on obtient un terme en multipliant le précédent par une constante égale à –1 et qui est donc indépendante de n.

b. Vrai. Pour tout entier naturel n,
$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \frac{7^{2(n+1)+1}}{3^{1-3(n+1)}} \\ &= \frac{7^{2n+2+1}}{3^{1-3n-3}} \\ &= \frac{7^{2+2n+1}}{3^{-3+1-3n}} \\ &= \frac{7^2 \times 7^{2n+1}}{3^{-3} \times 3^{1-3n}} \\ &= \frac{7^2}{3^{-3}} \times \frac{7^{2n+1}}{3^{1-3n}} \\ &= 7^2 \times 3^3 \times u_n. \end{aligned}$$

Donc $u_{n+1} = 49 \times 27 \times u_n = 1\,323 \times u_n$.
La suite (u_n) est donc géométrique de raison 1 323 car on obtient un terme en multipliant le précédent par une constante égale à 1 323 et qui est donc indépendante de n.

c. Faux. On a $u_0 = (0+1)^2 = 1^2 = 1$. Puis $u_1 = (1+1)^2 = 2^2 = 4$.

Et $u_2 = (2+1)^2 = 3^2 = 9$. Or $\frac{u_1}{u_0} = \frac{4}{1} = 4$ et $\frac{u_2}{u_1} = \frac{9}{4} = 2{,}25$. Donc $\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$.
La suite (u_n) n'est pas géométrique car le quotient de deux termes consécutifs n'est pas une constante.

d. Faux. La suite (u_n) n'est pas géométrique car on obtient un terme en multipliant le précédent par n^2 qui est un nombre qui dépend de n.
On peut aussi le montrer en calculant : $u_1 = 0^2 \times u_0 = 0$ ce qui entraîne que tous les termes de rangs supérieurs ou égaux à 1 sont nuls. On pourrait alors dire que la suite est géométrique de raison $q = 0$ mais on a supposé dans le cours que la raison d'une suite géométrique ne peut pas être nulle.