

**21. 1.** Pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $]0; +\infty[$ , on a  $u(x) = x^2$  donc  $u'(x) = 2x$ .

De plus,  $v(x) = \sqrt{x}$ , donc pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,  $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

Ainsi, pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,  $u'(x) \times v(x) = 2x \times \sqrt{x}$ ,  
soit  $u'(x) \times v(x) = 2x\sqrt{x}$ , et  $u(x) \times v'(x) = x^2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$ , soit  $u(x) \times v'(x) = \frac{x^2}{2\sqrt{x}}$ .

**2.** On remarque que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,  $f(x) = u(x) \times v(x)$ .

Les fonctions  $u$  et  $v$  sont dérivables sur  $]0; +\infty[$ .

Donc  $f$  est dérivable sur  $]0; +\infty[$  et pour tout réel  $x$  de cet intervalle,

$$f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x), \text{ soit } f'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2\sqrt{x}}.$$

**Remarque :** on peut simplifier l'expression précédente :

on sait que  $x = \sqrt{x} \times \sqrt{x}$  donc  $x^2 = x \times \sqrt{x} \times \sqrt{x}$ .

$$\text{Donc } f'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{x \times \sqrt{x} \times \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = 2x\sqrt{x} + \frac{x\sqrt{x}}{2}, \text{ soit } f'(x) = \frac{4x\sqrt{x}}{2} + \frac{x\sqrt{x}}{2}, \text{ soit } f'(x) = \frac{5}{2}x\sqrt{x}.$$