69. **1.** On remarque que pour tout réel x de l'intervalle $]\frac{4}{3}\,;\ +\infty[$,
$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = 3x^2 - 10x + 13$ et $v(x) = -3x + 4$.

Les fonctions u et v sont dérivables sur $]\frac{4}{3}\,; +\infty[$ et v ne s'annule pas sur cet intervalle.
On a $u'(x) = 6x - 10$ et $v'(x) = -3$.

Ainsi, f est dérivable sur $]\frac{4}{3}\,; +\infty[$ et on a :
$f'(x) = \frac{u'(x)\times v(x) - u(x)\times v'(x)}{(v(x))^2} = \frac{(6x-10)(-3x+4)-(3x^2-10x+13)\times(-3)}{(-3x+4)^2}$,
soit $f'(x) = \frac{(-18x^2+24x+30x-40)-(-9x^2+30x-39)}{(-3x+4)^2} = \frac{-18x^2+54x-40+9x^2-30x+39}{(-3x+4)^2}$,
d'où $f'(x) = \frac{-9x^2+24x-1}{(-3x+4)^2}$.

2. a. Soit $x > \frac{4}{3}$.
On a :
$$-x + 2 + \frac{5}{-3x+4} = \frac{(-x+2)(-3x+4)}{-3x+4} + \frac{5}{-3x+4} = \frac{3x^2 - 4x - 6x + 8}{-3x+4} + \frac{5}{-3x+4},$$

d'où $-x + 2 + \frac{5}{-3x+4} = \frac{3x^2-10x+13}{-3x+4}$.

Or, $f(x) = \frac{3x^2-10x+13}{-3x+4}$, donc on a bien l'égalité : $f(x) = -x + 2 + \frac{5}{-3x+4}$.

b. En gardant la notation $v(x) = -3x + 4$ pour tout réel x tel que $x > \frac{4}{3}$,
on a $f(x) = -x + 2 + 5 \times \frac{1}{v(x)}$ donc $f'(x) = -1 + 5 \times \left(-\frac{v'(x)}{(v(x))^2}\right)$,
soit $f'(x) = -1 + 5 \times \left(-\frac{-3}{(-3x+4)^2}\right)$, ou encore $f'(x) = -1 + \frac{15}{(-3x+4)^2}$.

c. À la question **1.**, on a trouvé $f'(x) = \frac{-9x^2+24x-1}{(-3x+4)^2}$
et à la question **2. b.**, on a trouvé $f'(x) = -1 + \frac{15}{(-3x+4)^2}$.
Or, pour tout réel x tel que $x > \frac{4}{3}$, on a $-1 + \frac{15}{(-3x+4)^2} = \frac{-(-3x+4)^2}{(-3x+4)^2} + \frac{15}{(-3x+4)^2}$.

On développe $(-3x + 4)^2$:
$(-3x + 4)^2 = (4 - 3x)^2 = 4^2 - 2 \times 4 \times 3x + (3x)^2 = 16 - 24x + 9x^2$.
Ainsi,

$$\frac{-(-3x+4)^2}{(-3x+4)^2} + \frac{15}{(-3x+4)^2} = \frac{-\left(9x^2-24x+16\right)}{(-3x+4)^2} + \frac{15}{(-3x+4)^2} = \frac{-9x^2+24x-16+15}{(-3x+4)^2}$$
$$= \frac{-9x^2+24x-1}{(-3x+4)^2}.$$

Donc, $-1 + \frac{15}{(-3x+4)^2} = \frac{-9x^2+24x-1}{(-3x+4)^2}$, donc les deux expressions de *f'* sont égales :

les résultats aux questions **1.** et **2. b.** sont cohérents.