108. a. On remarque que pour tout réel x positif, $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = 3x - 7$ et $v(x) = 4x + 3$.

Les fonctions u et v sont dérivables sur $[0; +\infty[$ et v ne s'annule pas sur cet intervalle.

On a $u'(x) = 3$ et $v'(x) = 4$.

Ainsi, f est dérivable sur $[0; +\infty[$ et on a :

$$f'(x) = \frac{u'(x) \times v(x) - u(x) \times v'(x)}{\left(v(x)\right)^2} = \frac{3 \times (4x+3) - (3x-7) \times 4}{(4x+3)^2} = \frac{12x+9-(12x-28)}{(4x+3)^2},$$

soit $f'(x) = \frac{12x+9-12x+28}{(4x+3)^2}$, d'où $f'(x) = \frac{37}{(4x+3)^2}$.

b. On remarque que pour tout réel x de l'intervalle $]4; +\infty[$, $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = 7x + 1$ et $v(x) = x^2 - 4x$. Les fonctions u et v sont dérivables sur $]4; +\infty[$ et v ne s'annule pas sur cet intervalle. On a $u'(x) = 7$ et $v'(x) = 2x - 4$.

Ainsi, f est dérivable sur $]4; +\infty[$ et on a :

$$f'(x) = \frac{u'(x) \times v(x) - u(x) \times v'(x)}{\left(v(x)\right)^2}$$

$$= \frac{7 \times (x^2 - 4x) - (7x + 1) \times (2x - 4)}{(x^2 - 4x)^2}$$

$$= \frac{7x^2 - 28x - (14x^2 - 28x + 2x - 4)}{(x^2 - 4x)^2},$$

soit $f'(x) = \frac{7x^2-28x-(14x^2-26x-4)}{(x^2-4x)^2} = \frac{7x^2-28x-14x^2+26x+4}{(x^2-4x)^2}$

d'où $f'(x) = \frac{-7x^2-2x+4}{(x^2-4x)^2}$.

c. On remarque que, pour tout réel x de l'intervalle $]-\infty; 0]$, $f(x) = \frac{1}{v(x)}$ avec $v(x) = -7x + 2$. La fonction v est dérivable sur $]-\infty; 0]$ et ne s'annule pas sur cet intervalle. On a $v'(x) = -7$. Ainsi, f est dérivable sur $]-\infty; 0]$ et on a :

$$f'(x) = -\frac{v'(x)}{\left(v(x)\right)^2} = -\frac{-7}{(-7x+2)^2},$$

soit $f'(x) = \frac{7}{(-7x+2)^2}$.