46 ● <u>Étude des variations de f</u>

$f'(x) = 3x^2 - 9$.

f' est un polynôme du second degré. Son discriminant est :
$\Delta = 0^2 - 4 \times 3 \times (-9) = 108$.

$\Delta > 0$, donc l'équation $f'(x) = 0$ a deux solutions x_1 et x_2, avec :

$$x_1 = \frac{-0-\sqrt{108}}{2\times 3} = -\frac{\sqrt{108}}{6} = -\frac{\sqrt{36}\times\sqrt{3}}{6} = -\frac{6\sqrt{3}}{6} = -\sqrt{3}$$

et, de même, $x_2 = \sqrt{3}$.
$f'(x)$ est du signe de coefficient de x^2 (qui vaut $3 > 0$) à l'extérieur de l'intervalle des racines :

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	0	+	

f est donc croissante sur $]-\infty\,;\sqrt{3}]$, décroissante sur $[-\sqrt{3}\,;\sqrt{3}]$ et croissante sur $[\sqrt{3}\,;+\infty[$.

Remarque : On aurait pu éviter de calculer les deux racines x_1 et x_2 à partir du discriminant Δ en utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$:

$$3x^2 - 9 = 3(x^2 - 3) = 3(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}).$$

Les valeurs de x_1 et x_2 sont alors immédiates.

● <u>Étude des variations de g</u>

$g'(x) = 3x^2 + 9$.

$g'(x)$ est une somme de termes tous positifs, donc $g'(x) > 0$ et donc g est croissante sur $\mathbb{R}$.