**2** **a.** $f'(x) = -2 \times 3x^2 + 4,5 \times 2x + 42 = -6x^2 + 9x + 42$.

Le discriminant de $f'(x)$ est $\Delta = 9^2 - 4 \times (-6) \times 42 = 1\,089$.

$\Delta > 0$ donc l'équation $f'(x) = 0$ a deux solutions $x_1$ et $x_2$, avec

$$x_1 = \frac{-9 - \sqrt{1\,089}}{2 \times (-6)} = \frac{-9-33}{-12} = \frac{-42}{-12} = 3,5 \text{ et } x_2 = \frac{-9 + \sqrt{1\,089}}{2 \times (-6)} = \frac{-9+33}{-12} = \frac{24}{-12} = -2.$$

$f'(x)$ est du signe du coefficient de $x^2$ (qui vaut $-6 < 0$) à l'extérieur de l'intervalle des racines.
D'où le tableau de signes de $f'(x)$ :

| $x$ | $-3$ | | $-2$ | | $3,5$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

**b.** Donc $f$ est décroissante sur $[-3 ; -2]$, croissante sur $[-2 ; 3,5]$ et décroissante sur $[3,5 ; 5]$.

**c.** De plus, $f(-3) = -41,5$ ; $f(-2) = -60$ ; $f(3,5) = 106,375$ et $f(5) = 62,5$.

On déduit le tableau de variations de $f$ :

| $x$ | $-3$ | | $-2$ | | $3,5$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-41,5$ | ↘ | $-60$ | ↗ | $106,375$ | ↘ | $62,5$ |

La plus petite valeur des quatre images est $-60$ et correspond à $x = -2$ : le minimum de $f$ est égal à $-60$ et il est atteint en $-2$.

La grande valeur des quatre images est $106,375$ et correspond à $x = 3,5$ : le maximum de $f$ est égal à $106,375$ et il est atteint en $3,5$.