

77 1. Pour tout réel x ,

$$e^{-x} - e^x > 0 \text{ équivaut à } e^{-x} > e^x$$

$$\text{donc à } -x > x$$

$$\text{donc à } 2x < 0$$

$$\text{soit à } x < 0$$

L'ensemble des solutions est $] -\infty ; 0[$.

$$2. 1 - \frac{1+e^x}{1+e^{-x}} = \frac{1+e^{-x} - (1+e^x)}{1+e^{-x}} = \frac{e^{-x} - e^x}{1+e^{-x}}.$$

Pour tout réel x , $1 + e^{-x} > 0$ donc $\frac{e^{-x} - e^x}{1 + e^{-x}}$ est du signe de $e^{-x} - e^x$.

D'après la question **1.**, sur $] -\infty ; 0[$, $e^{-x} - e^x > 0$ donc $1 - \frac{1+e^x}{1+e^{-x}} > 0$.

Par suite, sur $[0 ; +\infty[$, $1 - \frac{1+e^x}{1+e^{-x}} \leq 0$.