

102 1. Réponse b.

On utilise la formule d'Al-Kashi dans le triangle ABC au sommet A puisque qu'on connaît les deux longueurs partant de A, l'angle \widehat{BAC} et que l'on cherche BC :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}).$$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} BC^2 &= 2^2 + 3^2 - 2 \times 3 \times 2 \times \cos(60^\circ) \\ &= 4 + 9 - 12 \times \frac{1}{2} = 13 - 6 = 7. \end{aligned}$$

$$\text{Donc : } BC = \sqrt{7}.$$

(On ne retient que l'antécédent positif de 7 par la fonction carré car BC est une distance et est donc positive).

2. Réponse a.

On utilise la formule d'Al-Kashi dans le triangle ABC au sommet B puisque qu'on connaît les deux longueurs partant de B, la longueur AC et que l'on cherche l'angle \widehat{ABC} :

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2 \times BA \times BC \times \cos(\widehat{ABC}).$$

On obtient donc :

$$3^2 = 2^2 + \sqrt{7}^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{7} \times \cos(\widehat{ABC})$$

$$9 = 4 + 7 - 4\sqrt{7} \cos(\widehat{ABC})$$

$$9 = 11 - 4\sqrt{7} \cos(\widehat{ABC})$$

$$4\sqrt{7} \cos(\widehat{ABC}) = 11 - 9$$

$$4\sqrt{7} \cos(\widehat{ABC}) = 2$$

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{2}{4\sqrt{7}}$$

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2\sqrt{7}}$$

3. Réponse b.

On utilise la formule d'Al-Kashi dans le triangle ABC au sommet C puisque l'on cherche à exprimer le cosinus de l'angle \widehat{ACB} :

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2 \times CA \times CB \times \cos(\widehat{ACB}).$$

On obtient donc :

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \times \cos(\widehat{ACB})$$

$$2ab \times \cos(\widehat{ACB}) = b^2 + a^2 - c^2$$

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$