12 a. On utilise la relation de Chasles et la bilinéarité du produit scalaire :

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)$$
$$= \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB}$$
$$= MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \left(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA}\right) - \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IA}$$
$$= MI^2 - IA^2$$

En effet, I est le milieu de [AB] donc $\overrightarrow{IB} = -\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

Or, $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 2$, donc $MI^2 - IA^2 = 2$.

b. On a $IA = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

Donc : $MI^2 = IA^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$.

Donc $MI = \sqrt{6}$.

M appartient donc au cercle de centre I et de rayon $\sqrt{6}$.