

2 Vrai.

On a O milieu de [AC], donc $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$. On obtient donc : $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Or, O est le projeté orthogonal de B sur (AC) donc :

$$\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AO}^2 = AO^2.$$

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$AC^2 = BA^2 + BC^2$, soit $AC^2 = 1^2 + 1^2$, c'est-à-dire $AC^2 = 2$ et donc $AC = \sqrt{2}$.

Or O est le milieu de [AC] donc : $AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Donc : } \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$