

144 On calcule les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} en utilisant les formules suivantes :

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) = \overrightarrow{AB}(-3 - (-1); 1 - 3) = \overrightarrow{AB}(-2; -2) \text{ et}$$

$$\overrightarrow{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C) = \overrightarrow{CD}(2 - 1; -1 - 2) = \overrightarrow{CD}(1; -3).$$

Puis on utilise l'expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée.

$$\text{Donc } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = x_{\overrightarrow{AB}}x_{\overrightarrow{CD}} + y_{\overrightarrow{AB}}y_{\overrightarrow{CD}} = -2 \times 1 + (-2) \times (-3) = 4.$$

On calcule les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BD} en utilisant les formules suivantes.

$$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A) = \overrightarrow{AC}(1 - (-1); 2 - 3) = \overrightarrow{AC}(2; -1) \text{ et}$$

$$\overrightarrow{BD}(x_D - x_B; y_D - y_B) = \overrightarrow{BD}(2 - (-3); -1 - 1) = \overrightarrow{BD}(5; -2)$$

Puis on utilise l'expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée.

$$\text{Donc } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = x_{\overrightarrow{AC}}x_{\overrightarrow{BD}} + y_{\overrightarrow{AC}}y_{\overrightarrow{BD}} = 2 \times 5 - 1 \times (-2) = 12.$$

On calcule les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{BC} en utilisant les formules suivantes.

$$\overrightarrow{AD}(x_D - x_A; y_D - y_A) = \overrightarrow{AD}(2 - (-1); -1 - 3) = \overrightarrow{AD}(3; -4) \text{ et}$$

$$\overrightarrow{BC}(x_C - x_B; y_C - y_B) = \overrightarrow{BC}(1 - (-3); 2 - 1) = \overrightarrow{BC}(4; 1)$$

Puis on utilise l'expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée.

$$\text{Donc } \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = x_{\overrightarrow{AD}}x_{\overrightarrow{BC}} + y_{\overrightarrow{AD}}y_{\overrightarrow{BC}} = 3 \times 4 - 4 \times 1 = 8.$$