**145** En utilisant la bilinéarité, on obtient :

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = (\vec{\imath} - 2\vec{\jmath})\cdot\left(\frac{3}{5}\vec{\imath} + \frac{4}{5}\vec{\jmath}\right)$$
$$= \vec{\imath}\cdot\frac{3}{5}\vec{\imath} + \vec{\imath}\cdot\frac{4}{5}\vec{\jmath} - 2\vec{\jmath}.\frac{3}{5}\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}\cdot\frac{4}{5}\vec{\jmath}$$
$$= \frac{3}{5}\vec{\imath}\cdot\vec{\imath} + \frac{4}{5}\vec{\imath}\cdot\vec{\jmath} - 2\times\frac{3}{5}\vec{\jmath}\cdot\vec{\imath} - 2\times\frac{4}{5}\vec{\jmath}\cdot\vec{\jmath}$$

Or le repère est orthonormé, donc : $\vec{\imath}\cdot\vec{\imath} = 1$ et $\vec{\jmath}\cdot\vec{\jmath} = 1$ d'une part, et $\vec{\imath}\cdot\vec{\jmath} = \vec{\jmath}\cdot\vec{\imath} = 0$ d'autre part. Donc :

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{3}{5} - \frac{8}{5} = -\frac{5}{5}$$
$$= -1$$

De même :

$$\vec{v}\cdot\vec{w} = \left(\frac{3}{5}\vec{\imath} + \frac{4}{5}\vec{\jmath}\right).\left(\frac{4}{5}\vec{\imath} - \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$$
$$= \frac{3}{5}\vec{\imath}\cdot\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\imath}\cdot\left(-\frac{3}{5}\vec{\jmath}\right) + \frac{4}{5}\vec{\jmath}\cdot\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{4}{5}\vec{\jmath}\cdot\left(-\frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$$
$$= \frac{3}{5}\times\frac{4}{5} + \frac{4}{5}\times\left(-\frac{3}{5}\right)$$
$$= \frac{12}{5} - \frac{12}{5}$$
$$= 0$$

Pour les carrés scalaires, on utilise la formule de la norme d'un vecteur dans un repère orthonormé :

$$\vec{u}^2 = \|\vec{u}\|^2 = x_{\vec{u}}{}^2 + y_{\vec{u}}{}^2 = 1^2 + (-2)^2 = 5$$

et

$$\vec{w}^2 = \|\vec{w}\|^2 = x_{\vec{w}}{}^2 + y_{\vec{w}}{}^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1.$$