

87 1. ABCD est un parallélogramme de centre O, donc O est le milieu de [BD]. En particulier, $OB = OD$.

I est le milieu de [OB] donc $OI = \frac{1}{2} OB$.

De même, J est le milieu de [OD], donc $OJ = \frac{1}{2} OD$. Or, $OB = OD$, donc $OI = OJ$.

2. Les points O, I et J sont alignés, $OI = OJ$, et I et J sont deux points distincts, donc O est le milieu de [IJ].

O est donc le milieu de [IJ] et de [AC], les diagonales du quadrilatère AJCI ont donc le même milieu, ce qui prouve que AJCI est un parallélogramme : les côtés opposés [AJ] et [IC] sont donc de même longueur, donc $AJ = IC$.