

3. Soit h un réel non nul. Le taux de variation de f entre 1 et $1 + h$ est égal à :

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h}.$$

Or, $f(1+h) = (1+h)^2 - 3 = 1 + 2h + h^2 - 3 = h^2 + 2h - 2$

et $f(1) = -2$ donc $f(1+h) - f(1) = h^2 + 2h - 2 - (-2) = h^2 + 2h$.

Par conséquent :

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{h^2 + 2h}{h} = \frac{h(h+2)}{h} = h + 2$$

Quand h tend vers 0, ce taux de variation tend vers 2 donc f est dérivable en 1 et $f'(1)=2$.