

134 1. On rappelle que les points I et J sont définis par $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{DJ} = \frac{2}{5} \overrightarrow{DC}$. Ainsi :

$$\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{JD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AI} \quad \text{Relation de Chasles.}$$

$$= -\frac{2}{5} \overrightarrow{DC} - \frac{5}{5} \overrightarrow{AD} + \frac{3}{5} \overrightarrow{AD}$$

$$= -\frac{2}{5} \overrightarrow{DC} - \frac{2}{5} \overrightarrow{AD}$$

$$= \frac{2}{5} \overrightarrow{CD} + \frac{2}{5} \overrightarrow{DA}$$

$$= \frac{2}{5} (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA})$$

$$= \frac{2}{5} \overrightarrow{CA}. \quad \text{Relation de Chasles.}$$

Or ABCDEFGH est un cube donc les vecteurs \overrightarrow{CA} et \overrightarrow{GE} sont égaux.

On en déduit l'égalité $\overrightarrow{JI} = \frac{2}{5} \overrightarrow{GE}$.

Les vecteurs \overrightarrow{JI} et \overrightarrow{GE} sont donc colinéaires.

2. Puisque les vecteurs \overrightarrow{JI} et \overrightarrow{GE} sont colinéaires, les points I, J, G et E sont coplanaires donc le point I appartient au plan (EGJ).

De plus, F est un point du plan (EFG) qui coupe le plan (EGJ) selon la droite (EG).

Puisque F n'appartient pas à la droite (EG), F n'appartient pas non plus au plan (EGJ).

On en déduit que la droite (FI) et le plan (EGJ) sont sécants en I.