**139** **1.** I est le milieu de [BC] donc ses coordonnées sont $\left(\frac{x_B + x_C}{2} ; \frac{y_B + y_C}{2} ; \frac{z_B + z_C}{2}\right)$ soit $\left(\frac{0+4}{2} ; \frac{-1+1}{2} ; \frac{3+(-1)}{2}\right)$. On en déduit que les coordonnées de I sont (2 ; 0 ; 1).

**2.** D est le symétrique de I par rapport au point A donc A est le milieu du segment [DI].
On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont égaux.
Or $\overrightarrow{IA}$ (0 ; –2 ; 0) et $\overrightarrow{AD}$ ($x_D - x_A$ ; $y_D - y_A$ ; $z_D - z_A$) soit $\overrightarrow{AD}$($x_D - 2$ ; $y_D + 2$ ; $z_D - 1$).
Le système $\begin{cases} x_D - 2 &= 0 \\ y_D + 2 &= -2 \\ z_D - 1 &= 0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x_D &= 2 \\ y_D &= -4 \\ z_D &= 1 \end{cases}$.
Ainsi, les coordonnées du point D sont (2 ; –4 ; 1).

**3.** On a $\overrightarrow{BE}$ ($x_E - x_B$ ; $y_E - y_B$ ; $z_E - z_B$) soit $\overrightarrow{BE}$($x_E$ ; $y_E + 1$ ; $z_E - 3$).
On a aussi $\overrightarrow{BC}$ (4 ; 2 ; –4) et $\overrightarrow{AC}$ (2 ; 3 ; –2).
Puisque $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} - 3\,\overrightarrow{AC}$, on résout le système :
Le système $\begin{cases} x_E &= 4 - 3 \times 2 \\ y_E + 1 &= 2 - 3 \times 3 \\ z_E - 3 &= -4 - 3 \times (-2) \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x_E &= -2 \\ y_E &= -7 - 1 \\ z_E &= 2 + 3 \end{cases}$.
Ainsi, les coordonnées du point E sont (–2 ; –8 ; 5).

**4.** On a $\overrightarrow{BF}$ ($x_F - x_B$ ; $y_F - y_B$ ; $z_F - z_B$) soit $\overrightarrow{BF}$($x_F$ ; $y_F + 1$ ; $z_F - 3$).
De plus, $\overrightarrow{CF}$ ($x_F - x_C$ ; $y_F - y_C$ ; $z_F - z_C$) soit $\overrightarrow{CF}$($x_F - 4$ ; $y_F - 1$ ; $z_F + 1$).
Puisque $3\,\overrightarrow{BF} = 5\,\overrightarrow{CF}$, on résout le système :
Le système $\begin{cases} 3\,x_F &= 5(x_F - 4) \\ 3(y_F + 1) &= 5(y_F - 1) \\ 3(z_F - 3) &= 5(y_F + 1) \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 3\,x_F - 5\,x_F &= -20 \\ 3\,y_F - 5\,y_F &= -5 - 3 \\ 3\,z_F - 5\,z_F &= 5 + 9 \end{cases}$
soit à $\begin{cases} -2\,x_F &= -20 \\ -2\,y_F &= -8 \\ -2\,z_F &= 14 \end{cases}$.
Ainsi, les coordonnées du point F sont (10 ; 4 ; –7).

**5.** On a $\overrightarrow{EF}$ (12 ; 12 ; –12) et $\overrightarrow{ED}$ (4 ; 4 ; –4).
On constate que $\overrightarrow{EF} = 3\,\overrightarrow{ED}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{ED}$ sont colinéaires.
On peut en déduire que les points E, F et D sont alignés.