160 **1.** On a : $\overrightarrow{CB}(-1-0\,;1-1\,;0-2)$ soit $\overrightarrow{CB}(-1\,;0\,;-2)$
et $\overrightarrow{CD}(6-0\,;6-1\,;-1-2)$ soit $\overrightarrow{CD}(6\,;5\,;-3)$.
$\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}=(-1)\times 6+0\times 5+(-2)\times(-3)=-6+0+6=0$.
Les vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont donc orthogonaux, ce qui prouve que le triangle BCD est rectangle en C.
L'aire $\mathscr{A}$ de ce triangle est égale à $\frac{CB\times CD}{2}$.
CB = $\|\overrightarrow{CB}\|=\sqrt{(-1)^2+0^2+(-2)^2}=\sqrt{1+0+4}=\sqrt{5}$.
CD = $\|\overrightarrow{CD}\|=\sqrt{6^2+5^2+(-3)^2}=\sqrt{36+25+9}=\sqrt{70}$.
L'aire du triangle BCD est donc égale à $\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{70}}{2}$ soit $\mathscr{A}=\frac{5\sqrt{14}}{2}$.

2. Le point H est le projeté orthogonal de A sur le plan (BCD).
Le volume $\mathscr{V}$ du tétraèdre ABCD est égal à $\frac{1}{3}\times AH\times A$.
Or AH = $\sqrt{(1-5)^2+\left(1-(-5)\right)^2+(4-2)^2}=\sqrt{(-4)^2+6^2+2^2}=\sqrt{56}$.
On en déduit : $\mathscr{V}=\frac{1}{3}\times\sqrt{56}\times\frac{5\sqrt{14}}{2}=\frac{70}{3}$.