

100 Pour tout entier naturel non nul n , on note $P(n)$: « $u_n = 6$ ».

Initialisation : on souhaite montrer que $P(1)$ est vraie, c'est-à-dire que u_1 est bien égal à 6. Or, l'égalité $u_1 = 6$ est donnée par l'énoncé.

Donc $P(1)$ est vraie.

Hérédité : soit p entier naturel non nul tel que $P(p)$ est vraie, c'est-à-dire tel que :
 $u_p = 6$.

On souhaite montrer alors que $P(p + 1)$ est vraie, c'est-à-dire que $u_{p+1} = 6$.

D'après l'énoncé, $u_{p+1} = 4u_p - 18$.

Or, d'après l'hypothèse de récurrence, $u_p = 6$.

Des deux dernières égalités, on obtient : $u_{p+1} = 4 \times 6 - 18 = 6$.

Ainsi, $u_{p+1} = 6$, donc $P(p + 1)$ est vraie.

Par conséquent, la propriété $P(n)$ est héréditaire.

Conclusion : la propriété $P(n)$ est vraie pour $n = 1$ et est héréditaire.

Donc d'après le principe de récurrence, $P(n)$ est vraie pour tout entier naturel non nul n , c'est-à-dire $u_n = 6$ pour tout entier naturel non nul n .