

**100** Pour tout entier naturel non nul  $n$ , on note  $P(n)$  : «  $u_n = 6$  ».

**Initialisation** : on souhaite montrer que  $P(1)$  est vraie, c'est-à-dire que  $u_1$  est bien égal à 6. Or, l'égalité  $u_1 = 6$  est donnée par l'énoncé.

Donc  $P(1)$  est vraie.

**Hérédité** : soit  $p$  entier naturel non nul tel que  $P(p)$  est vraie, c'est-à-dire tel que :  
 $u_p = 6$ .

On souhaite montrer alors que  $P(p + 1)$  est vraie, c'est-à-dire que  $u_{p+1} = 6$ .

D'après l'énoncé,  $u_{p+1} = 4u_p - 18$ .

Or, d'après l'hypothèse de récurrence,  $u_p = 6$ .

Des deux dernières égalités, on obtient :  $u_{p+1} = 4 \times 6 - 18 = 6$ .

Ainsi,  $u_{p+1} = 6$ , donc  $P(p + 1)$  est vraie.

Par conséquent, la propriété  $P(n)$  est héréditaire.

**Conclusion** : la propriété  $P(n)$  est vraie pour  $n = 1$  et est héréditaire.

Donc d'après le principe de récurrence,  $P(n)$  est vraie pour tout entier naturel non nul  $n$ , c'est-à-dire  $u_n = 6$  pour tout entier naturel non nul  $n$ .