

106 1. Si on note A l'ensemble des lettres de l'alphabet auxquelles on retire les lettres I, O et U, et si on note C l'ensemble des chiffres, alors une plaque d'immatriculation est un élément de l'ensemble $A^2 \times C^3 \times A^2$.

Pour dénombrer les plaques d'immatriculation, il suffit de dénombrer les éléments de ce produit cartésien, auquel on enlève les éléments qui commencent par WW ou SS, les éléments qui contiennent 000 et les éléments qui terminent par SS.

- L'ensemble A est composé de $26 - 3 = 23$ éléments (les 26 lettres de l'alphabet auxquelles on retire les trois lettres I, O et U).

Donc l'ensemble A^2 est composé de 23^2 éléments.

Or, pour une plaque, on exclut la série WW et SS à gauche, donc le nombre de possibilités pour les deux premières lettres d'une plaque d'immatriculation est égal à $23^2 - 2$, soit 527.

- L'ensemble C est composé des 10 chiffres, donc l'ensemble C^3 est composé de : $10^3 = 1\ 000$ éléments.

Or, pour une plaque d'immatriculation, on exclut la série de chiffres 000.

Donc le nombre de possibilités pour les 3 chiffres qui composent le centre d'une plaque d'immatriculation est égal à $10^3 - 1$, soit 999.

- Enfin, pour les deux lettres de l'ensemble A qui terminent une plaque d'immatriculation, on exclut la série SS.

Le nombre de possibilités pour les deux dernières lettres d'une plaque d'immatriculation est donc égal à $23^2 - 1$, soit 528.

Ainsi, par le principe multiplicatif, le nombre de plaques d'immatriculation différentes est égal à $527 \times 999 \times 528$, soit 277 977 744.

2. Dans cette question, la différence par rapport à la question **1** est que tous les éléments sont distincts deux à deux.

De ce fait, les contraintes données au début de l'exercice sont nécessairement vérifiées : la plaque ne peut pas commencer par WW ni par SS, elle ne peut pas contenir les trois zéros et ne peut pas terminer par SS.

Le nombre de plaques d'immatriculation dont tous les éléments sont distincts deux à deux est donc égal à $(23 \times 22) \times (10 \times 9 \times 8) \times (21 \times 20)$, soit 153 014 400.