

111 1. Sur la première grille, le joueur doit choisir 6 numéros parmi les 42.

Un même numéro ne peut pas être choisi plusieurs fois et l'ordre n'a pas d'importance. Donc le nombre de possibilités de choisir les 6 numéros est égal au nombre de parties composées de 6 éléments issus d'un ensemble composé de 42 éléments, c'est-à-dire $\binom{42}{6}$. Or,

$$\binom{42}{6} = \frac{42 \times 41 \times 40 \times 39 \times 38 \times 37}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5\,245\,786.$$

Sur la deuxième grille, le joueur doit choisir un numéro chance parmi les six. Il a donc 6 possibilités pour choisir son numéro chance.

Par le principe multiplicatif, le nombre de grilles différentes est donc égal à $5\,245\,786 \times 6$, soit $31\,474\,716$.

2. On souhaite dénombrer les tickets de loto tels que :

– la première grille contient 3 numéros parmi les 6 numéros gagnants et 3 numéros parmi les 36 ($42 - 6$) perdants ;

– la deuxième grille contient l'un des 5 numéros « chance » perdants.

Tout d'abord, le nombre de possibilités de choisir 3 numéros parmi les 6 numéros gagnants est égal au nombre de parties de 3 éléments issus d'un ensemble composé de 6 éléments. Ce nombre est égal à $\binom{6}{3}$. Or,

$$\binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 5 \times 4 = 20.$$

Donc il y a 20 possibilités de choisir 3 numéros parmi les 6 gagnants.

On complète ensuite la première grille en choisissant 3 numéros parmi les 36 perdants.

Il y a donc $\binom{36}{3}$ possibilités. Or,

$$\binom{36}{3} = \frac{36 \times 35 \times 34}{3 \times 2 \times 1} = 7\,140.$$

Ainsi, il y a 7 140 possibilités pour choisir 3 numéros parmi les 36 perdants.

Par le principe multiplicatif, le nombre de possibilités de compléter la première grille avec 3 numéros parmi les 6 numéros gagnants et 3 numéros parmi les 36 perdants est égal à $20 \times 7\,140$, soit $142\,800$.

Enfin, le nombre de possibilités de choisir un des cinq numéros « chance » perdants est égal à 5. Toujours par le principe multiplicatif, le nombre de tickets de loto avec les caractéristiques voulues est égal à $142\,800 \times 5$, soit 714 000.

On retrouve ce nombre de tickets par le calcul :

$$\binom{6}{3} \times \binom{36}{3} \times 5 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{36 \times 35 \times 34}{3 \times 2 \times 1} \times 5 = 714\,000.$$

3. D'après la question 1, il y a 31 474 716 grilles différentes.

Une personne remplit 6 grilles au hasard, toutes les grilles ayant la même probabilité d'être désignées comme grille gagnante.

Donc la probabilité qu'une personne trouve la grille gagnante est égale à $\frac{6}{31\,474\,716}$, soit environ $1,9 \times 10^{-7}$.