125 **1.** On pose $u(x) = 2x - 1$ et $v'(x) = \cos(x)$ donc $u'(x) = 2$ et $v(x) = \sin(x)$.
Les fonctions u, u', v et v' sont continues sur l'intervalle $\left[0\,;\,\frac{\pi}{3}\right]$ donc d'après la formule d'intégration parties,

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (2x-1)\cos(x)\,\mathrm{d}x = [(2x-1)\sin(x)]_0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} 2\sin(x)\,\mathrm{d}x$$

$$I = \left(\frac{2\pi}{3} - 1\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin(0) - 2[-\cos(x)]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \left(\frac{2\pi}{3} - 1\right) \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\left(-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos(0)\right)$$

$$= \left(\frac{2\pi}{3} - 1\right) \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\left(-\frac{1}{2} + 1\right)$$

$$= \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$$

2. On pose $u(x) = \ln(x)$ et $v'(x) = 5x^2$ donc $u'(x) = \frac{1}{x}$ et $v(x) = \frac{5}{3}x^3$.
Les fonctions u, u', v et v' sont continues sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$ donc d'après la formule d'intégration parties, $J = \int_1^{\mathrm{e}} 5x^2 \ln(x)\mathrm{d}x = \left[\frac{5}{3}x^3\ln(x)\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{5}{3}x^2\mathrm{d}x$.

$$J = \frac{5}{3}\mathrm{e}^3\ln(\mathrm{e}) - \frac{5}{3}\ln(1) - \frac{5}{3}\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^{\mathrm{e}}$$

$$= \frac{5}{3}\mathrm{e}^3 - \frac{5}{3}\left(\frac{\mathrm{e}^3}{3} - \frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{5}{3}\mathrm{e}^3 - \frac{5}{9}\mathrm{e}^3 + \frac{5}{9}$$

$$= \frac{10\mathrm{e}^3 + 5}{9}$$