126 **1.** La fonction $t \mapsto t\ln(t)$ est continue et positive sur l'intervalle [1 ; +∞[.
Donc pour x de I, $F(x) \geq 0$.

2. a. D'après le théorème fondamental, la fonction F est dérivable sur [1 ; +∞[et pour tout $x \geq 1$, $F'(x) = x\ln(x)$.

b. Pour $x \geq 1$, $x\ln(x) \geq$ donc $F'(x) \geq 0$ et F est croissante sur I.

3. a. On pose $u(t) = \ln(t)$ donc $u'(t) = \frac{1}{t}$ et $v'(t) = t$ donc $v(t) = \frac{t^2}{2}$.
Les fonctions u, u', v et v' sont continues sur l'intervalle I donc :
$F(x) = \left[\frac{t^2}{2}\ln(t)\right]_1^x - \int_1^x \frac{t}{2}\mathrm{d}t = \frac{x^2}{2}\ln(x) - \left[\frac{1}{4}t^2\right]_1^x = \frac{x^2}{2}\ln(x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}$.

b. $F(\mathrm{e}) = \frac{\mathrm{e}^2}{2}\ln(\mathrm{e}) - \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{4} = \frac{\mathrm{e}^2+1}{4}$.
L'aire de la surface délimitée par la courbe représentative de la fonction $t \mapsto t\ln(t)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$ est égale à $\frac{\mathrm{e}^2+1}{4}$ u.a.