96 **1.** La probabilité d'obtenir 1 sur un dé à 4 faces équilibré est égale à $\frac{1}{4}$.
La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $p = 0{,}25$ et $n = 4\,000$. On en déduit que $E(X) = n \times p = 0{,}25 \times 4000 = 1000$, et que $V(X) = n \times p \times (1-p) = 4000 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 750$.
*P*our tout nombre réel δ strictement positif, l'inégalité de Bienaymé – Tchébychev relative à la variable aléatoire X s'écrit $P(|X - E(X)| \geq \delta) \leq \frac{V(X)}{\delta^2}$, soit $P(|X - 1000| \geq \delta) \leq \frac{750}{\delta^2}$.

2. L'événement « le nombre de fois où l'on obtient 1 est strictement compris entre 920 et 1 080 » s'écrit $\{920 < X < 1\,080\}$. Comme $920 = E(X) - 80$ et $1\,080 = E(X) + 80$, on peut le réécrire $\{|X - E(X)| < 80\}$.
Avec $\delta = 80$, l'inégalité de Bienaymé-Tchébychev relative à X donne :
$P(|X - E(X)| \geq 80) \leq \frac{750}{80^2}$.
Les événements $\{|X - E(X)| < 80\}$ et $\{|X - E(X)| \geq 80\}$ sont des événements contraires donc $P(|X - E(X)| < 80) + P(|X - E(X)| \geq 80) = 1$,
ce qui entraîne $P(|X - E(X)| < 80) = 1 - P(|X - E(X)| \geq 80)$,
donc $P(|X - E(X)| < 80) > 1 - \frac{750}{80}$ soit $P(920 < X < 1\,080) > 0{,}88$.