97 **1. a.** La variable aléatoire Z est égale à la somme, pour un intervalle de temps 18 h – 19 h, du nombre de clients qui rentrent par le parking, et du nombre de clients qui rentrent par la galerie.
La variable aléatoire Z donne donc, pour un intervalle de temps 18 h – 19h, le nombre total de clients qui rentrent dans la pharmacie.

b. On a $E(Z) = E(Z_1 + Z_2) = E(Z_1) + E(Z_2) = 20 + 15 = 35$,
car l'espérance d'une somme de variables aléatoires est égale à la somme de leurs espérances. Comme Z_1 et Z_2 sont supposées indépendantes,
$V(Z_1 + Z_2) = V(Z_1) + V(Z_2)$.
On a donc $V(Z) = \sigma(Z_1)^2 + \sigma(Z_2)^2 = 2^2 + 1^2 = 5$.

2. Comme $30 = E(Z) - 5$ et $40 = E(Z) + 5$,
l'événement « le nombre de clients entrés entre 18 h et 19 h est strictement compris entre 30 et 40 » peut s'écrire $\{|Z - E(Z)| < 5\}$.
L'inégalité de Bienaymé-Tchébychev relative à Z s'écrit, pour tout nombre réel δ strictement positif, $P(|Z - E(Z)| \geq \delta) \leq \frac{V(Z)}{\delta^2}$.
D'après la question précédente, $V(Z) = 5$.
En prenant $\delta = 5$ on a donc $P(|Z - E(Z)| \geq 5) \leq \frac{1}{5}$.
On a $P(|Z - E(Z)| \geq 5) + P(|Z - E(Z)| < 5) = 1$ puisque $\{|Z - E(Z)| \geq 5\}$et $\{|Z - E(Z)| < 5\}$ sont des événements contraires, ce qui entraîne :
$P(|Z - E(Z)| < 5) \geq 1 - \frac{1}{5}$, soit $P(30 < Z < 40) \geq 0{,}8$.
La probabilité que le nombre de client entrés entre 18 h et 19 h soit strictement compris entre 30 et 40 est minorée par 0,8.