

**132 1.** On rappelle que les points M, N et P sont définis par  $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BM}$  et  $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{DN}$ .

En appliquant la relation de Chasles, on a  $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AP}$ . Or  $\overrightarrow{DN}$  et  $\overrightarrow{AP}$  sont égaux.

On en déduit l'égalité  $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DN}$ .

En décomposant le vecteur  $\overrightarrow{DN}$ , cette égalité conduit à :

$$\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BM} \text{ car les vecteurs } \overrightarrow{BM} \text{ et } \overrightarrow{CN} \text{ sont égaux.}$$

Enfin, en décomposant le vecteur  $\overrightarrow{BM}$ , on en déduit  $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM}$  c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DP} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CM} && \text{On réorganise la somme.} \\ &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DM}. && \text{Relation de Chasles.} \end{aligned}$$

**2.** On a  $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AC}$  car les vecteurs  $\overrightarrow{CM}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont égaux. Dès lors,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DP} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} && \text{Relation de Chasles.} \\ &= \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} \\ &= 2 \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}. \end{aligned}$$

On en déduit que  $\overrightarrow{DP}$  est combinaison linéaire de  $\overrightarrow{DC}$  et  $\overrightarrow{BC}$  donc les vecteurs  $\overrightarrow{DP}$ ,  $\overrightarrow{DC}$  et  $\overrightarrow{BC}$  sont coplanaires.