154 Le point H est le point de la droite *d* tel que les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{BH}}$ et $\vec{u}$ sont orthogonaux.
Soit (x_{H} ; y_{H} ; z_{H}) les coordonnées du point H.
Une représentation paramétrique de la droite *d* est :
$\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 5t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$, avec $t \in \mathbb{R}$.
Comme H appartient à *d*, il existe un réel t_0 tel que :
$\begin{cases} x_{\mathrm{H}} = -2 - t_0 \\ y_{\mathrm{H}} = 3 + 5t_0 \\ z_{\mathrm{H}} = 1 + 2t_0 \end{cases}$.
On a $\overrightarrow{\mathrm{BH}}(x_{\mathrm{H}} - 5\,; y_{\mathrm{H}} - 20\,; z_{\mathrm{H}} - 7)$
donc en substituant les expressions de x_{H}, y_{H} et z_{H} , on obtient :
$\overrightarrow{\mathrm{BH}}(-2 - t_0 - 5\,; 3 + 5t_0 - 20\,; 1 + 2t_0 - 7)$
soit $\overrightarrow{\mathrm{BH}}(-7 - t_0\,; -17 + 5t_0\,; -6 + 2t_0)$.
Comme $\overrightarrow{\mathrm{BH}} \cdot \vec{u} = 0$ on obtient :
$(-7 - t_0) \times (-1) + (-17 + 5t_0) \times 5 + (-6 + 2t_0) \times 2 = 0$
donc $30\,t_0 - 90 = 0$ soit $30\,t_0 = 90$ ce qui conduit à $t_0 = \frac{90}{30}$ donc à $t_0 = 3$.
En remplaçant t_0 par 3 dans les expressions de x_{H}, y_{H} et z_{H}, on obtient les coordonnées du point H.
$\begin{cases} x_{\mathrm{H}} = -2 - 3 \\ y_{\mathrm{H}} = 3 + 5 \times 3 \\ z_{\mathrm{H}} = 1 + 2 \times 3 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x_{\mathrm{H}} = -5 \\ y_{\mathrm{H}} = 18 \\ z_{\mathrm{H}} = 7 \end{cases}$.
H a donc pour coordonnées (– 5 ; 18 ; 7).