159 Le point H est le point d'intersection de $\mathcal{P}$ avec sa perpendiculaire *d* passant par A. Comme $\vec{n}(-1 ; 2 ; 1)$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$, $\vec{n}(-1 ; 2 ; 1)$ est un vecteur directeur de *d*. Une représentation paramétrique de *d* est donc :

$$\begin{cases} x = -8 - t \\ y = 17 + 2t \\ z = 8 + t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

Comme H appartient à la fois à *d* et à $\mathcal{P}$, ses coordonnées $(x ; y ; z)$ vérifient le système :

$$\begin{cases} -x + 2y + z + 4 = 0 \\ x = -8 - t \\ y = 17 + 2t \\ z = 8 + t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

En substituant les expressions de x, y et z dans la première équation, on obtient :

$-(-8 - t) + 2(17 + 2t) + (8 + t) + 4 = 0$

soit $54 + 6t = 0$ ce qui équivaut à $6t = -54$ soit à $t = \frac{-54}{6}$ donc à $t = -9$.

On a alors : $x = -8 - (-9) = 1$; $y = 17 + 2 \times (-9) = -1$ et $z = 8 + (-9) = -1$.

Le point H a donc pour coordonnées $(1 ; -1 ; -1)$.