101 **1.** À l'aide de la calculatrice, pour des grandes valeurs de n, on conjecture une limite égale à 2.

2. Soit un réel a strictement positif.
On cherche à déterminer s'il existe un entier n_0 non nul tel que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à n_0, on ait $v_n \in \,]2 - a\,;\,2 + a[$.
Supposons $v_n \in \,]2 - a\,;\,2 + a[$ alors $2 - a < v_n < 2 + a$.
Donc $2 - a < 2 - \frac{1}{\sqrt{n}} < 2 + a$.
On obtient en retranchant 2 à tous les membres de la double inégalité précédente :
$-a < -\frac{1}{\sqrt{n}} < a$.
Puis en multipliant par -1 :
$a > \frac{1}{\sqrt{n}} > -a$.
$-a < -\frac{1}{\sqrt{n}} < a$ équivaut à $a > \frac{1}{\sqrt{n}} > -a$ et donc à $a > \frac{1}{\sqrt{n}}$ et $\frac{1}{\sqrt{n}} > -a$.
Or $\frac{1}{\sqrt{n}} > -a$ est toujours vrai et $a > \frac{1}{\sqrt{n}}$ équivaut en élevant au carré à : $a^2 > \frac{1}{n} > 0$.
Par décroissance de la fonction inverse sur l'ensemble des réels strictement positifs, on a alors : $n > \frac{1}{a^2}$.
Il suffit alors de choisir n_0 comme le premier entier immédiatement supérieur à $\frac{1}{a^2}$.
Pour tout réel a strictement positif $v_n \in \,]2-a\,;2+a[$ dès que $n \geq n_0$. La suite (v_n) converge donc vers 2.