106 **a.** $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ et $\lim_{n\to+\infty} \left(-5n^2 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) = -\infty$.

On est en présence de la forme indéterminée « $0 \times \infty$ ».

Pour tout entier naturel n non nul, on développe :

$u_n = -\frac{5n^2}{n} + \frac{1}{n\sqrt{n}} = -5n + \frac{1}{n\sqrt{n}}$. $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}} = 0$ et $\lim_{n\to+\infty} -5n = -\infty$,

donc, d'après la règle sur la limite d'une somme, $\lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.

b. $\lim_{n\to+\infty} (n-1) = +\infty$ et $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$.

On est en présence de la forme indéterminée « $\infty \times 0$ ».

Pour tout entier naturel n non nul, on développe :

$u_n = \frac{n}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}\times\sqrt{n}}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n}} = \sqrt{n} - \frac{1}{\sqrt{n}}$.

$\lim_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$ et $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$,

donc, d'après la règle sur la limite d'une somme, $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.