110 **1.** On considère une suite (u_n) arithmétique de raison r et de premier terme u_0 alors, pour tout entier naturel n on a : $u_n = u_0 + rn$.
Or si la raison r est strictement négative, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_0 + rn) = -\infty$.
Si la raison r est strictement positive, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_0 + rn) = +\infty$.
Dans tous les cas, la suite (u_n) est divergente.
L'affirmation est donc **vraie** (sauf dans le cas où la raison est nulle et dans ce cas la suite est constante ; tous les termes sont égaux au premier et la suite converge vers le premier terme).

2. Pour tout entier naturel n, on a $-1 \leq \cos(n) \leq 1$,
donc $-n - 1 \leq \cos(n) - n \leq -n + 1$.
On divise chaque membre de l'inégalité par $\sqrt{n}$ qui est strictement positif,
donc $\frac{-n-1}{\sqrt{n}} \leq u_n \leq \frac{-n+1}{\sqrt{n}}$.
L'inégalité $\frac{-n-1}{\sqrt{n}} \leq u_n$ ne permet pas de déterminer la limite de la suite mais l'inégalité $u_n \leq \frac{-n+1}{\sqrt{n}}$ permet d'utiliser un théorème de comparaison.

$$\frac{-n+1}{\sqrt{n}} = -\frac{n}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n}}$$
$$= -\sqrt{n} + \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = -\infty$.
Donc, d'après la règle sur la limite d'une somme, $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{-n+1}{\sqrt{n}} = -\infty$.
Donc, par comparaison la suite (u_n) diverge vers $-\infty$.
L'affirmation est donc **fausse.**