154 **1.** Pour tout réel x,

$-1 \leq \cos(2x) \leq 1$

donc $-0{,}1 \leq 0{,}1\cos(2x) \leq 0{,}1$

donc $5x - 0{,}1 \leq 5x + 0{,}1\cos(2x) \leq 5x + 0{,}1$.

• Pour tout réel x, on a :

$f(x) \leq 5x + 0{,}1$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} (5x + 0{,}1) = -\infty$

donc d'après l'un des théorèmes de comparaison : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

• Pour tout réel x, on a : $5x - 0{,}1 \leq f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (5x - 0{,}1) = +\infty$

donc d'après l'un des théorèmes de comparaison : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

2. Pour tout réel x, $5x - 0{,}1 \leq f(x) \leq 5x + 0{,}1$.

Comme on cherche la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$, on divise chaque membre de l'encadrement précédent par x strictement positif.

Pour tout réel $x > 0$,

$$\frac{5x - 0{,}1}{x} \leq \frac{f(x)}{x} \leq \frac{5x + 0{,}1}{x}$$

donc $\quad 5 - \frac{0{,}1}{x} \leq \frac{f(x)}{x} \leq 5 + \frac{0{,}1}{x}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(5 - \frac{0{,}1}{x}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(5 + \frac{0{,}1}{x}\right) = 5$

donc d'après le théorème des gendarmes : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 5$.