**155** • Pour tout réel $x > 1$, $x^2 - 1 > 0$ donc $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} (x^2 - 1) = 0^+$

et par conséquent $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} \frac{1}{x^2-1} = +\infty$.

On en déduit que $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} (2 + \frac{1}{x^2-1}) = +\infty$.

On peut conclure en utilisant l'un des théorèmes de comparaison :

pour tout réel $x > 1$, on a : $2 + \frac{1}{x^2-1} \leq f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} (2 + \frac{1}{x^2-1}) = +\infty$

donc $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} f(x) = +\infty$.

• Pour tout réel $x > 1$, on a : $2 + \frac{1}{x^2-1} \leq f(x) \leq 2 + \frac{1}{x-1}$.

Or $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 - 1) = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2-1} = 0$

et par conséquent : $\lim\limits_{x \to +\infty} (2 + \frac{1}{x^2-1}) = 2$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} (x - 1) = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x-1} = 0$

et par conséquent : $\lim\limits_{x \to +\infty} (2 + \frac{1}{x-1}) = 2$.

Ainsi, $\lim\limits_{x \to +\infty} (2 + \frac{1}{x^2-1}) = \lim\limits_{x \to +\infty} (2 + \frac{1}{x-1}) = 2$

donc d'après le théorème des gendarmes : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$.