161 **1.** $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^2 + x + 1) = \lim\limits_{x \to -\infty} [x^2 (1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})] = +\infty$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} (x^2 + x + 1) = +\infty$ et $\lim\limits_{X \to +\infty} \sqrt{X} = +\infty$ donc par composition $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (x + 1) = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 + x + 1) = +\infty$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 + x + 1) = +\infty$ et $\lim\limits_{X \to +\infty} \sqrt{X} = +\infty$ donc par composition $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

2. $f = \sqrt{u}$ avec $u(x) = x^2 + x + 1$ et $u'(x) = 2x + 1$.

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ car u est dérivable sur $\mathbb{R}$ et est strictement positive sur $\mathbb{R}$.

Donc pour tout réel x, $f'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$.

3. Comme $2\sqrt{x^2 + x + 1} > 0$, $f'(x)$ a le même signe que $2x + 1$.

Sur $]-\infty\ ; -\frac{1}{2}]$, $f'(x) \leq 0$ et sur $[-\frac{1}{2}\ ; +\infty[$, $f'(x) \geq 0$.

Donc f est décroissante sur $]-\infty\ ; -\frac{1}{2}]$ et croissante sur $[-\frac{1}{2}\ ; +\infty[$.

Par conséquent, f admet un minimum en $-\frac{1}{2}$.

Ce minimum est égal à : $f(-\frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.