Sujet A

1. Pour tout réel x, $f(x) = (25x - 32)e^{-x}$.

$f = uv$ avec pour tout réel x :

$u(x) = 25x - 32 \quad u'(x) = 25$

$v(x) = e^{-x} \qquad\quad v'(x) = -e^{-x}$

$f' = u'v + uv'$ donc pour tout réel x :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 25\,e^{-x} + (25x - 32)(-e^{-x}) \\ &= e^{-x}(25 - 25x + 32) \\ &= e^{-x}(-25x + 57) \end{aligned}$$

2. Pour tout réel x, $e^{-x} > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $57 - 25x$.

$57 - 25x > 0$ équivaut à $57 > 25x$ équivaut à $\dfrac{57}{25} > x$ or $\dfrac{57}{25} = 2{,}28$.

Donc finalement $57 - 25x > 0$ équivaut à $x < 2{,}28$.

Sur $[1{,}5 ; 2{,}28[$, $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante.

Sur $]2{,}28 ; 6]$, $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante.

x	$1{,}5$		$2{,}28$		6
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	$5{,}5\,e^{-1{,}5}$	$\nearrow$	$25e^{-2{,}28}$	$\searrow$	$118e^{-6}$

3. Sur $[4 ; 5]$, f est strictement décroissante, continue, $f(4) = 68e^{-4}$ soit $f(4) \approx 1{,}25$ et $f(5) = 93e^{-5}$ soit $f(5) \approx 0{,}63$.

D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 1$, a une seule solution α dans $[4 ; 5]$.

4. a. Il est inférieur à 0,1 car tant que cet écart est supérieur à 0,1, on continue à exécuter le contenu de la boucle « **while** » (lignes **1** à **12**).

b. Écrire ligne **13** : `return b`.

5. Une valeur approchée au dixième de α est 4,3.