100 **1.** Pour tout réel x : $f(x) = x^3 - 6x + 2$.
$f(-10) = -938$ et $f(10) = 942$, d'où $f(-10) \times f(10) < 0$.
De plus f est continue sur $[-10 ; 10]$ donc l'équation $f(x) = 0$, possède au moins une solution dans $[-10 ; 10]$ d'après le théorème des valeurs intermédiaires.

2. Pour tout réel x : $f'(x) = 3x^2 - 6$ puis $f'(x) = 3(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$.
Ce polynôme du second degré est positif strictement à l'extérieur de ses racines $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$.
En particulier sur $]-\infty ; -\sqrt{2}[$ donc sur $[-3 ; -2]$; f croît strictement sur cet intervalle.

3. f est continue strictement croissante sur $[-3 ; 2]$; de plus $f(-3) = -7$:
$f(-3) < 0$ et $f(-2) = 6$: $f(-2) > 0$, donc l'équation $f(x) = 0$ possède bien une unique solution d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires.

4. À l'aide de la calculatrice, on trouve :
$f(-2,7) \approx -1,48$: $f(-2,7) < 0$ et $f(-2,6) \approx 0,02$: $f(-2,6) > 0$ donc $-2,7 < \alpha < -2,6$.