

106 Pour tout réel x : $f(x) = (3x - 49)e^{-3x+4}$.

$f = uv$ avec pour tout réel x :

$$u(x) = 3x - 49 \quad u'(x) = 3$$

$$v(x) = e^{-3x+4} \quad v'(x) = -3e^{-3x+4}$$

$f' = u'v + uv'$ donc pour tout réel x :

$$f'(x) = 3e^{-3x+4} + (3x - 49)(-3e^{-3x+4})$$

$$= -3e^{-3x+4}(-1 + (3x - 49))$$

$$= -3e^{-3x+4}(3x - 50) \quad \text{en mettant } -3e^{-3x+4} \text{ en facteur.}$$

$$f'(x) = -3e^{-3x+4}(3x - 50)$$

$f' = uv$ avec pour tout réel x :

$$u(x) = -3e^{-3x+4} \quad u'(x) = -3(-3)e^{-3x+4} = 9e^{-3x+4}$$

$$v(x) = 3x - 50 \quad v'(x) = 3$$

donc $f'' = u'v + uv'$ et pour tout réel x :

$$f''(x) = 9e^{-3x+4}(3x - 50) + (-3e^{-3x+4}) \times 3$$

$$= 9e^{-3x+4}(3x - 50) + 9e^{-3x+4} \times (-1)$$

$$= 9e^{-3x+4}(3x - 50 - 1)$$

$$= 9e^{-3x+4}(3x - 51)$$

$$= 27e^{-3x+4}(x - 17)$$

Pour tout réel x , $27e^{-3x+4} > 0$ donc le signe de $f''(x)$ est celui de $x - 17$.

Or $x - 17 \geq 0$ équivaut à $x \geq 17$.

La courbe de f possède un seul point d'inflexion en $x = 17$ car f'' s'annule et change de signe uniquement en 17.