99 **1.** Pour tout réel x : $f(x) = x^5 + x^3 + x + 1$ d'où $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 + 1$.
Or pour tout réel x : $5x^4 + 3x^2 + 1 > 0$.
Donc $f'(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$; f croît strictement sur $\mathbb{R}$.

2. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^5 = -\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} (x + 1) = -\infty$ donc par somme $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.
$\lim\limits_{x \to +\infty} x^5 = +\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (x + 1) = +\infty$ donc par somme $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.
Ainsi $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.
f est continue sur $\mathbb{R}$, strictement croissante sur $\mathbb{R}$, et 4 appartient à $]-\infty ; +\infty[$,
l'équation $f(x) = 4$ possède une unique solution d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires.