## SUJET D

**1.** 
$$f'(x) = 0.5 \times 2x - 7 + 6 \times \frac{1}{x} = x - 7 + \frac{6}{x} = \frac{x^2 - 7x + 6}{x}$$
.

**2. a.** Sur [1; 9], x > 0. Le signe de f'(x) est celui de  $x^2 - 7x + 6$ .

On détermine les éventuelles racines du polynôme du second degré  $x^2 - 7x + 6$ .

Ce polynôme a pour discriminant  $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 25$ .

Ce polynôme a donc deux racines : 
$$\frac{7 - \sqrt{25}}{2 \times 1} = \frac{7 - 5}{2} = 1$$
 et  $\frac{7 + \sqrt{25}}{2 \times 1} = \frac{7 + 5}{2} = 6$ .

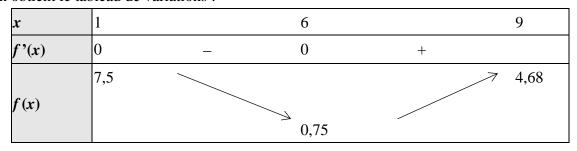
 $x^2 - 7x + 6$  est un polynôme du second degré dont le coefficient de  $x^2$  est positif, ainsi,  $x^2 - 7x + 6 > 0$  pour x appartenant à  $]-\infty$ ;  $1[\cup]6$ ;  $+\infty[$ .

$$f(1) = 0.5 \times 1^2 - 7 \times 1 + 14 + 6 \ln(1) = 7.5.$$

$$f(6) = 0.5 \times 6^2 - 7 \times 6 + 14 + 6 \ln (6) = 6 \ln (6) - 10 \approx 0.75.$$

$$f(9) = 0.5 \times 9^2 - 7 \times 9 + 14 + 6 \ln(9) = 12 \ln(3) - 8.5 \approx 4.68.$$

On obtient le tableau de variations :



**b.** Sur l'intervalle [6; 9], f(x) < 5, l'équation f(x) = 5 n'a donc pas de solution.

Sur l'intervalle [1; 6], f est continue et strictement décroissante,

$$5 \in [6 \ln (6) - 10; 7,5].$$

D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation f(x) = 5 admet une unique solution  $\alpha$ .

- **c.** À l'aide de la calculatrice, on obtient  $f(2,55) \approx 5,018 > 5$  et  $f(2,56) \approx 4,997 < 5$ , soit  $2,55 < \alpha < 2,56$ .
- d. À la fin de l'exécution de l'algorithme, la variable X contient la valeur 2,56, première valeur au centième près pour laquelle  $Y \le 5$ .
- **3.** Le tableau de variation permet d'affirmer que le minimum de f est environ 0,75 pour x = 6, ce qui signifie que le coût moyen est minimum pour une production de 600 pneus et que ce coût moyen est d'environ 75 euros.